



Modelo de resistividad sigmoidea no lineal para la fase superconductor

¹André Orna, ²Fabiola Guardia, ¹Jesús Flores
¹Universidad Nacional Mayor de San Marcos
²Universidad Nacional Federico Villarreal

December 18, 2021



Abstract

Se presenta un modelo para estudiar el comportamiento de la resistividad versus temperatura en superconductores. El modelo se basa en la función sigmoidea y la función exponencial, con un término de acoplamiento entre ambas funciones. Se obtuvo una expresión analítica para la temperatura crítica y temperatura crítica máxima sin necesidad de introducir estos términos en la ecuación de resistividad. Mostramos características en el cambio de fase, y como su comportamiento coincide con los resultados para superconductores de baja temperatura y alta temperatura.

Palabras clave: Superconductividad, acoplamiento fonón-electrón, temperatura crítica.

1 Introducción

Durante muchos años se optaron por modelos que describan la superconductividad por bloques, ya sea por la minimización de la energía libre por debajo de una temperatura crítica, o la estimación de la temperatura crítica por el desarrollo en series ya sean las teorías de Ginzburg-Landau, BCS o McMillan[1]. Varios modelos presentan la dificultad en ser aplicados para los superconductores de tipo I o II. Tratando de aportar una función continua se presenta un ajuste empírico basado en la experiencia gráfica de funciones que resuelva las discrepancias existentes para el comportamiento de la resistividad versus temperatura en un rango de trabajo.

2 Derivación

Una característica interesante que se encontró en la función sigmoidea $\frac{1}{1+exp(-x)}$ es que puede realizar desplazamientos en el eje x sin necesidad de realizar un cambio de variable que indique el desplazamiento horizontal de la forma $x \rightarrow x - x_0$ hacia x_0 . Esto se obtiene si expresamos la función sigmoidea de la forma $A/b + c.exp(-dx)$, donde el desplazamiento horizontal se logra con los parámetros c y d , y el grado de inclinación de la sigmoidea con el parámetro d . Como las líneas continuas en la figura 1. Para evitar un comportamiento paralelo al eje x para valores grandes x de optó por multiplicar la sigmoidea por una función exponencial como se muestra en la figura 1 en línea punteada. Luego se debe hacer el cambio de variable $x \rightarrow t$ pasando de posición x a temperatura absoluta. Finalmente podemos expresar la resistividad como función de la temperatura según la ecuación 1

$$\rho(t) = \frac{ae^{gt}}{b + c.e^{dt}} \quad (1)$$

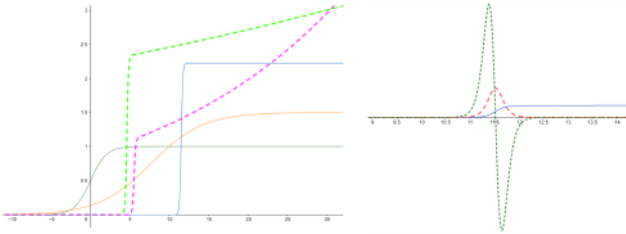


Figure 1: **Izquierda:** Funciones sigmoideas graficadas para distintos valores que muestran el desplazamiento horizontal. (Líneas continuas) Verde oscuro: $A=b=c=d=1$. Naranja: $A=1.5, b=1, c=10, d=0.3$. Azul: $A=2, b=0.9, c=10^{50}, d=10$. Modelos sigmoideos para distintos valores (Líneas punteadas). Verde claro: $a=2, b=0.9, c=10^{20}, d=10, g=0.01$. Morado: $a=0.8, b=0.9, c=10^{24}, d=10, g=0.04$. **Derecha:** Gráfica referencial de la resistividad en azul, su primera derivada respecto a la temperatura en rojo punteado, y su segunda derivada en verde

Los parámetros a y g se obtienen de resistividad a alta temperatura, donde la ecuación 1 toma la forma exponencial.

Un análisis gráfico de la resistividad y sus derivadas en la figura 1 permiten obtener la temperatura de transición crítica a partir de la solución de la segunda derivada igual a cero. Se obtuvo una expresión analítica para la Temperatura Crítica T_c en función de los parámetros que describen la resistividad sigmoidea como expresa la ecuación 2. A fin de encontrar restricciones en la expresión de la T_c aplicamos la condición de acoplamiento $d = \omega g$ que une la parte exponencial con la sigmoidea. En consecuencia el valor mínimo que puede tomar ω es $2 + 2\sqrt{2}$.

$$T_c = \frac{Ln \left[\frac{c}{2b} \left((2 + 2\omega - \omega^2) - \omega\sqrt{-4 - 4\omega + \omega^2} \right) \right]}{\omega g} \quad (2)$$

Fijando parámetros a, b, c y g el comportamiento de la T_c depende de ω , el cual posee una forma similar a una función inversa según los datos de las muestras Hg, MgB_2 y $BSCCO - 2223$.

3 Acoplamiento fonón-electrón

Se observó que a medida que ω crecía, su correspondiente valor de T_c disminuía, siendo presentado por materiales de estructura simple y alta pendiente en la transición. Mientras que si ω disminuía, su valor de T_c aumentaba para estructuras complejas con una pendiente de transición suave, para parámetros a, b, c y g constantes como se ve en la figura 2 izquierda. Esto lo identificamos como una proporcionalidad inversa a la constante de acoplamiento fonón-electrón λ_{p-e} dada por la expresión $\omega\lambda = \delta$, donde δ es el factor

de escalamiento. Reemplazando esta condición a en la ecuación 2 podemos estudiar el comportamiento de la T_c en función de λ_{p-e} como se muestra en la figura 2 central. Estudiando la geometría, relacionamos $T_c = m\lambda_{p-e}$, donde m es la medida de la tangente formada por T_c y λ_{p-e} con unidades de temperatura en Kelvin, la cual denominamos Temperatura sigmoidea. Para la expresión presentada se calcula $m = \frac{\partial T_c(\lambda)}{\partial \lambda}$ la cual se expresa por

$$m = \frac{\lambda(-c(2\frac{\delta^2}{\lambda^2} - 2\frac{\delta}{\lambda^2}) + \frac{c\delta\sqrt{-4 + \frac{\delta^2}{\lambda^2} - 4\frac{\delta}{\lambda}}}{\lambda^2} - \frac{c\delta(-2\frac{\delta^2}{\lambda^2} + 4\frac{\delta}{\lambda^2})}{2\lambda\sqrt{-4 + \frac{\delta^2}{\lambda^2} - 4\frac{\delta}{\lambda}})}{g\delta(-c(2 - \frac{\delta^2}{\lambda^2} + 2\frac{\delta}{\lambda}) - \frac{c\delta\sqrt{-4 + \frac{\delta^2}{\lambda^2} - 4\frac{\delta}{\lambda}}}{\lambda})} + \frac{Ln(-c(2 - \frac{\delta^2}{\lambda^2} + 2\frac{\delta}{\lambda}) - \frac{c\delta\sqrt{-4 + \frac{\delta^2}{\lambda^2} - 4\frac{\delta}{\lambda}}}{\lambda})}{2b} \quad (3)$$

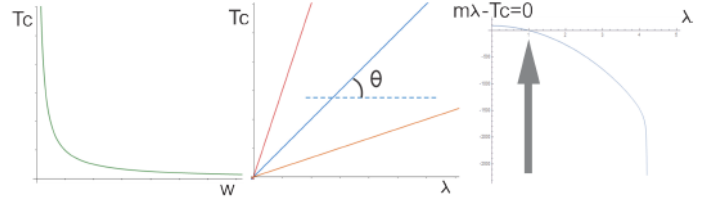


Figura 2: Análisis de la T_c bajo diferentes parámetros

El tercer gráfico de la figura 2 nos indica la forma del comportamiento de λ para una temperatura constante, es decir una solución numérica para calcular el valor de λ_{p-e} a partir de características que describan la resistividad.

4 Resultados

Presentamos los parámetros de entrada usados para construir la curva de resistividad en 3 tipos de muestra Hg [1], MgB_2 [2], $BSCCO-2223$ [3]

Parámetros In	Hg	MgB_2	BSCCO-2223
a	0.00454729	0.0182668456	1.856975497
b	0.0276	0.041	1
c	10^{300}	10^{134}	10^{15}
ω	216.045	500	85
g	0.76158754	0.015675835	0.004628561

Table 1: Parámetros de entrada para diferentes muestras

Muestra	$T_c(K) - \rho\sigma$	$T_c\text{-exp}$	$m(K)$	$\lambda - \rho\sigma$	$\lambda - exp$
Hg	4.22023	4.22	4.22034	1.06	1.0
MgB_2	39.77	39.4555	54.4869	0.73	0.73
BSCCO-2223	87.948	87.9	87.988	0.9995	—

Table 2: Tabla de resultados

5 Conclusiones

El modelo de resistividad sigmoidea permite ajustar la curva de resistividad en función de parámetros compensados. La derivación de la función permite estudiar analíticamente la temperatura crítica de la muestra, facilitando la elección de parámetros que sean los responsables de elevar la T_c . Se obtuvo una expresión que calcula la T_c en función de la denominada temperatura sigmoidea (m) que es función de la λ_{p-e} , que a la vez permite calcular el λ_{p-e} a partir de características que describan la resistividad.

6 Referencias

- [1] W. L. McMillan, *Transition temperature of Strong-Coupled superconductors*, Phys.Rev.167,2,331(1968).
- [2] Canfield, *An overview of the basic physical properties of MgB_2* , Phys. C, 385(2003).
- [3] Takahiro, *Preparation of YBCO and BSCCO superconducting thin films by a new chemical precursor method*. Chemical Society Of Japan, 78,187(2005)