XXII Meeting of Physics 2022

Interpretación de la energía coherente en termodinámica cuántica

Juan Alonso Alcalá Lujan*

*jalcalal@uni.pe, Universidad Nacional de Ingeniería

Introducción

Primera ley de termodinámica

En el dominio clásico esta formulada como

$$dE = đW + đQ \longrightarrow \begin{cases} \text{E : energia interna} \\ \text{W : trabajo} \\ \text{Q : calor} \end{cases} \tag{1}$$

Operador densidad

$$\rho = \sum_k p_k \left|\psi_k\right\rangle \left\langle\psi_k\right| \tag{2}$$

Matriz densidad

Dado una base ortonormal $\{|i\rangle\}$, con $i = 1, 2, 3, \ldots, n$ ("n" es la dimensión del espacio de Hilbert $\mathcal{H}$ asociado con el sistema)

$$\rho_{ij} = \langle i|\rho|j\rangle \tag{3}$$

Así se puede demostrar que:

$$\boxed{Tr(\rho A) = \langle A\rangle} \quad \boxed{\mathrm{Tr}\{\rho^2\} \leq 1} \tag{4}$$

Además ρ es hermitiana, tiene traza unidad y definida positiva

Entropia

Sea el estado de un sistema descrito por la matriz densidad ρ (con autovalores ρ_k), su entropía es definido como

$$S(\rho) \equiv -k_B \,\mathrm{Tr}\{\rho \ln \rho\} = -k_B \sum_k \rho_k \ln \rho_k \tag{5}$$

Algunas de sus propiedades son:

- $S(\rho)$ es cero si y solo si ρ representa un estado puro.
- $S(\rho)$ es máxima e igual a $\ln N$ para un estado máximamente mezclado, siendo N la dimensión del espacio de Hilbert.
- $S(\rho_{AB}) \leq S(\rho_A) + S(\rho_B)$

Primera ley de la termodinámica cuántica

Esta ley en su forma diferencial esta dada como

$$dU = đW + đQ + đC \tag{6}$$

Con las contribuciones dados por

$$đW = (d[E])\,[C^2][\rho]^T = \sum_{nk} dE_n |c_{nk}|^2 \rho_k \tag{7}$$

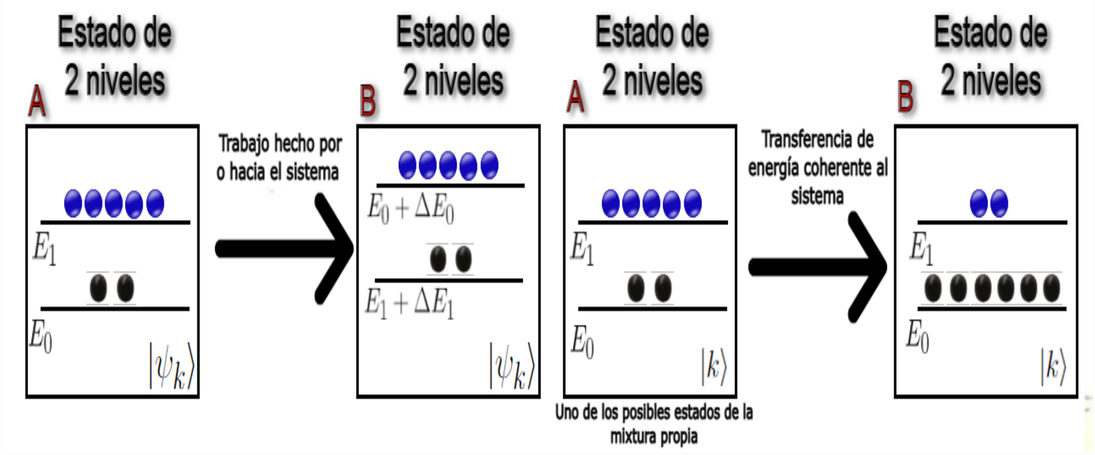
$$đQ = [E][C^2]\,(d[\rho])^T = \sum_{nk} E_n |c_{nk}|^2 d\rho_k \tag{8}$$

$$đC = [E]\,\left(d[C^2]\right)\,[\rho]^T = \sum_{nk} E_n d(|c_{nk}|^2)\rho_k \tag{9}$$

Asi el cambio de energia interna en forma diferencial esta dado por

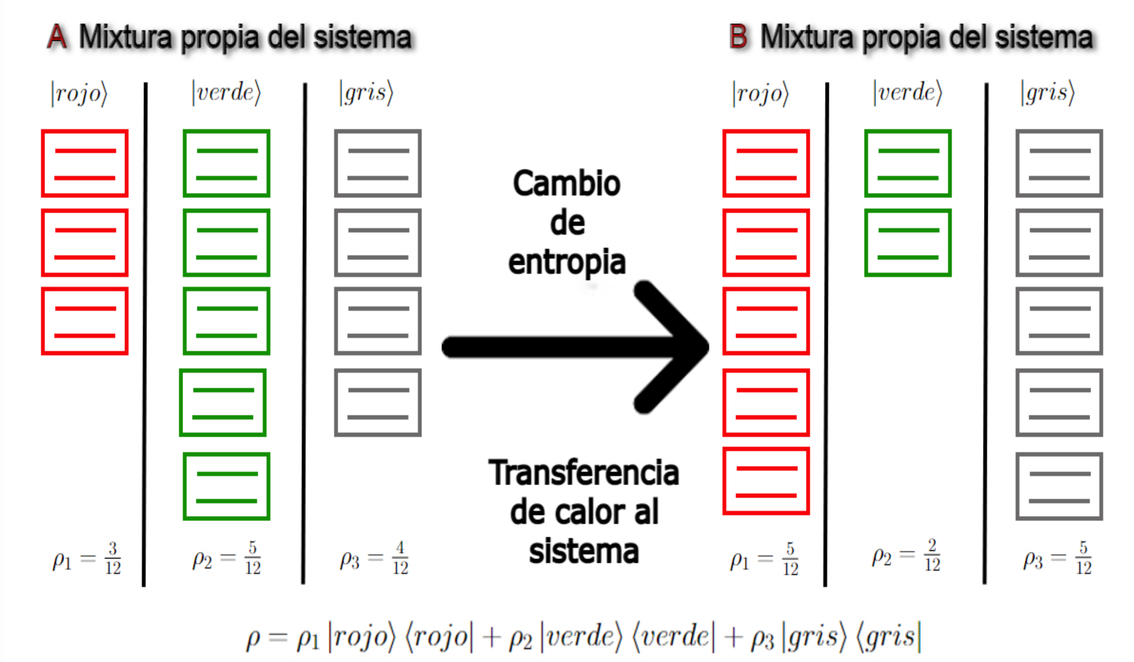
$$dU = d\left([E][C^2][\rho]^T\right) = \sum_{nk} d\left(E_n d(|c_{nk}|^2)\rho_k\right) \tag{10}$$

Interpretaciones



(a) Trabajo hecho por o hacia un sistema

(b) Transferencia de energia coherente



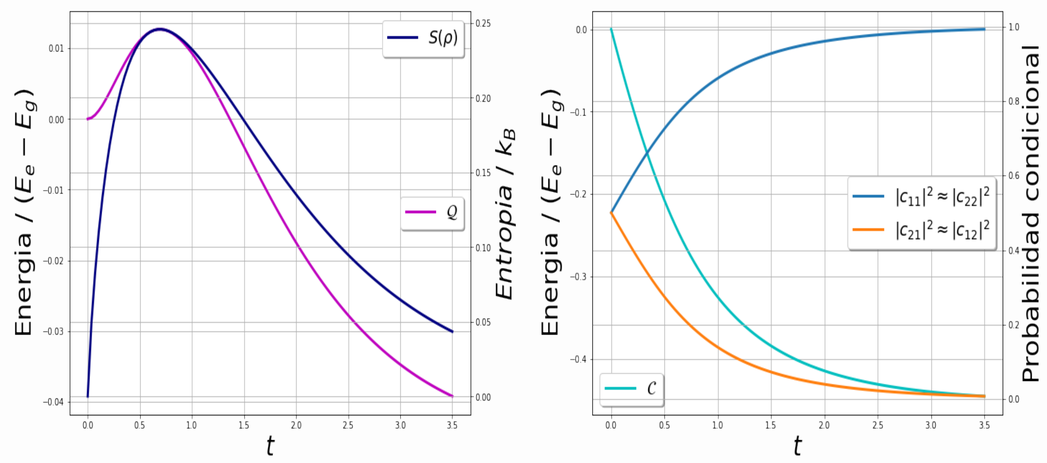
(c) Transferencia de calor

Aplicación

Emisión espontánea:

$$H(t) = E_g |g\rangle\langle g| + E_e |e\rangle\langle e| = \begin{pmatrix} E_g & 0 \\ 0 & E_e \end{pmatrix} \tag{11}$$

$$\rho(t) = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 2 - e^{-\Gamma t} & e^{-\Gamma t/2} \\ e^{-\Gamma t/2} & e^{-\Gamma t} \end{pmatrix} \tag{12}$$



Referencias

[1] Michael A Nielsen e Isaac Chuang. *Quantum computation and quantum information*. 2002.

[2] Bertúlio de Lima Bernardo. «Unraveling the role of coherence in the first law of quantum thermodynamics». En: *Physical Review E* 102.6 (2020), pág. 062152.

[3] Karl Blum. *Density matrix theory and applications*. Vol. 64. Springer Science & Business Media, 2012.