



Facultad de Ciencias, Universidad Nacional de Ingeniería

Sobre la Decoherencia en la Inflación Cósmica

Johor D. Peñalba Q.

Física Teórica en Río Rímac XIX

28 de febrero de 2025

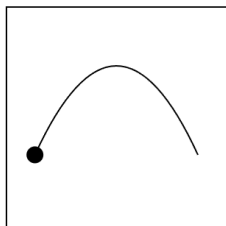


Introducción

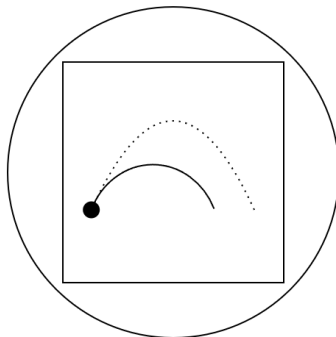
- No es sencillo decidir si un sistema se comporta de forma clásica o cuántica-mecánica. Este es el caso, por ejemplo, de la Cosmología, donde se cree que las estructuras observadas en nuestro universo no son más que fluctuaciones cuánticas amplificadas a escalas astrofísicas.
- Se cree que en el comportamiento cuántico de un sistema influye el fenómeno de la decoherencia, que tiene su origen en la interacción inevitable entre este sistema y un entorno.



Introducción



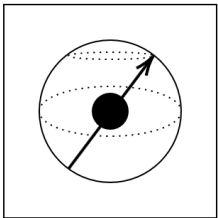
$$\vec{F} = m \vec{g}$$



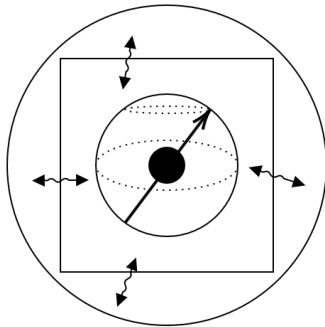
$$\vec{F} = m \vec{g} - \gamma \vec{v}$$



Introducción



$$\partial_t \rho = -i [H, \rho]$$



$$\partial_t \rho = -i [H, \rho] + \dot{\rho}?$$



Estados puros y mixtos

$$A|u_m\rangle = \lambda_m|u_m\rangle$$

Sistema

$$|\psi\rangle = c_1|u_1\rangle + c_2|u_2\rangle$$

$$\begin{matrix} |u_1\rangle & |u_2\rangle & |u_1\rangle \\ |u_2\rangle & |u_1\rangle & |u_2\rangle & |u_1\rangle \end{matrix}$$

$$\frac{n_1}{n_1 + n_2} = |c_1|^2$$

$$\frac{n_2}{n_1 + n_2} = |c_2|^2$$

Determinista

$|c_1|^2$ Probabilística $|c_2|^2$

Estado

$$|\psi\rangle$$

$$|u_1\rangle$$

$$|u_2\rangle$$

Probabilística

$$|c_1|^2$$

$$|c_2|^2$$

Determinista

Medida

$$\lambda_1$$

$$\lambda_2$$

$$\lambda_1$$

$$\lambda_2$$



Estados puros y mixtos

$$A|u_m\rangle = \lambda_m|u_m\rangle$$

$$B|v_m\rangle = \mu_m|v_m\rangle$$

$$|\psi\rangle = c_1|u_1\rangle + c_2|u_2\rangle$$

$$P(\mu_m) = |c_1|^2 |\langle v_m|u_1\rangle|^2 + |c_2|^2 |\langle v_m|u_2\rangle|^2 + 2 \operatorname{Re} \left\{ c_1 c_2^* \langle v_m|u_1\rangle \langle v_m|u_2\rangle^* \right\}$$

$$\begin{array}{ccc} |u_1\rangle & |u_2\rangle & |u_1\rangle \\ |u_2\rangle & |u_1\rangle & |u_2\rangle & |u_1\rangle \end{array}$$

$$P(\mu_m) = |c_1|^2 |\langle v_m|u_1\rangle|^2 + |c_2|^2 |\langle v_m|u_2\rangle|^2$$



Estados puros y mixtos

$$|\psi\rangle = \alpha |0\rangle + \beta |1\rangle$$

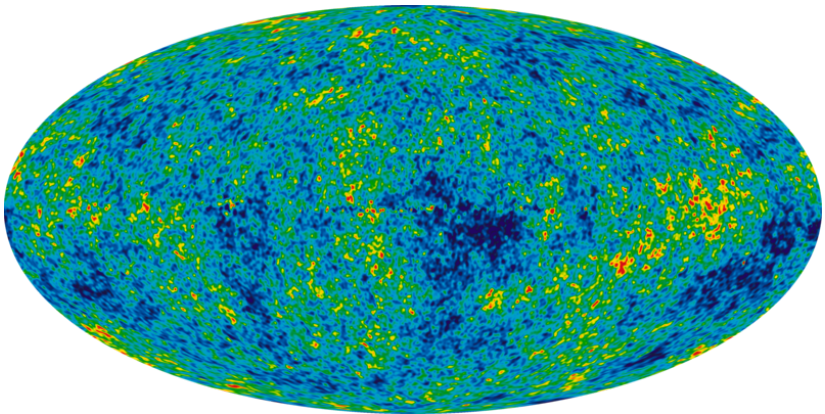
$$\begin{array}{ccc} |0\rangle & |1\rangle & |0\rangle \\ |1\rangle & |0\rangle & |1\rangle & |0\rangle \end{array}$$

$$\rho = \begin{bmatrix} |\alpha|^2 & \alpha\beta^* \\ \beta\alpha^* & |\beta|^2 \end{bmatrix}$$

$$\rho = \begin{bmatrix} |\alpha|^2 & 0 \\ 0 & |\beta|^2 \end{bmatrix}$$

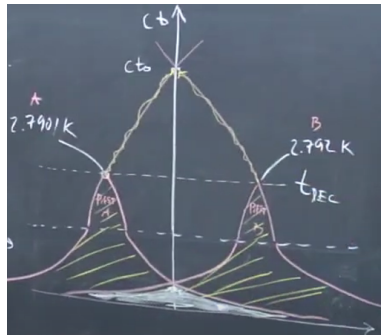
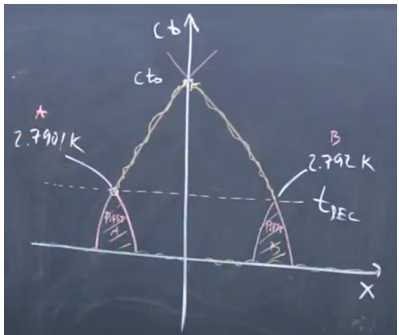


Λ -CDM e Inflación cósmica





Λ -CDM e Inflación cósmica





Motivación

- La descripción de las perturbaciones inflacionarias es clave para entender la formación de estructuras, y por lo tanto puede utilizarse para poner a prueba la inflación.



Objetivos

- Introducir y aplicar las herramientas de la OQS para describir y extender modelos inflacionarios.



Consideremos a priori el caso de un campo escalar cuántico real con un hamiltoniano cuadrático local de la forma

$$\hat{H} = \frac{1}{2} \int_{\mathbb{R}^3} d^3\mathbf{x} \hat{\mathbf{z}}^T(\mathbf{x}) \tilde{\Lambda}(\tau) \hat{\mathbf{z}}(\mathbf{x}), \quad (1)$$

donde $\hat{\mathbf{z}}(\mathbf{x}) = \left(\hat{\phi}(\mathbf{x}), \hat{\pi}_\phi(\mathbf{x}) \right)^T$

$$\left[\hat{\phi}(\mathbf{x}), \hat{\pi}_\phi(\mathbf{y}) \right] = i\delta(\mathbf{x} - \mathbf{y}) \quad (2)$$



Oscilador Paramétrico

Realizamos una transformación canónica e introducimos las variables, en forma de expansión de Fourier,

$$\hat{\phi}(\mathbf{x}) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int_{\mathbb{R}^3} d^3k e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} \hat{\phi}_{\mathbf{k}} \quad (3)$$

$$\left[\hat{\phi}_{\mathbf{k}}, \hat{\pi}_{\mathbf{k}'}^\dagger \right] = i\delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}'), \quad (4)$$

Al introducir las expansiones de Fourier al hamiltoniano de la Ec.(1), se obtiene

$$\hat{H} = \int_{\mathbb{R}^{3+}} d^3k \hat{\mathcal{H}}_{\mathbf{k}} = \int_{\mathbb{R}^{3+}} d^3k \hat{z}_{\mathbf{k}}^\dagger \Lambda_{\mathbf{k}}(\tau) \hat{z}_{\mathbf{k}}, \quad (5)$$

donde $\hat{z}_{\mathbf{k}}^\dagger = \hat{z}_{-\mathbf{k}}$.



Esta teoría se reduce por medio de transformaciones canónicas a la forma de un oscilador paramétrico de la forma

$$\hat{H} = \int_{\mathbb{R}^{3+}} d^3k \hat{\mathcal{H}}_k = \int_{\mathbb{R}^{3+}} d^3k \left[\hat{p}_k \hat{p}_k^\dagger + \omega^2(k, \eta) \hat{v}_k \hat{v}_k^\dagger \right], \quad (6)$$

donde $\omega^2(k, \eta) = \Lambda_{\phi\phi} \Lambda_{\pi\pi} + 1/2 (\Lambda''_{\pi\pi} / \Lambda_{\pi\pi}) - 3/4 (\Lambda'_{\pi\pi} / \Lambda_{\pi\pi})^2 - \Lambda'_{\phi\pi} - \Lambda_{\phi\pi}^2 + \Lambda_{\phi\pi} \Lambda'_{\pi\pi} / \Lambda_{\pi\pi}$, y

$$\left[\hat{v}_k, \hat{p}_{k'}^\dagger \right] = i\delta(k - k'). \quad (7)$$

Julien Grain, Vincent Vennin [1910.01916].



A efectos interpretativos,

$$\hat{v}_k = \frac{1}{\sqrt{2k}} \left(\hat{c}_k + \hat{c}_{-k}^\dagger \right) \quad \text{y} \quad \hat{p}_k = -i\sqrt{\frac{k}{2}} \left(\hat{c}_k - \hat{c}_{-k}^\dagger \right), \quad (8)$$

con $[\hat{c}_k, \hat{c}_{k'}^\dagger] = \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}')$.

$$\hat{H} = \int_{\mathbb{R}^{3+}} d^3\mathbf{k} \left[\frac{k}{2} \left(\frac{\omega^2}{k^2} + 1 \right) \left(\hat{c}_k \hat{c}_k^\dagger + \hat{c}_{-k}^\dagger \hat{c}_{-k} \right) + \frac{k}{2} \left(\frac{\omega^2}{k^2} - 1 \right) \left(\hat{c}_k \hat{c}_{-k} + \hat{c}_{-k}^\dagger \hat{c}_k^\dagger \right) \right]. \quad (9)$$

Physics Latam: The Quantum Origin of Primordial Cosmological Fluctuations - Juan Maldacena



Introduciendo los operadores hermitianos correspondientes a las partes hermitiana y antihermitiana de \hat{v}_k y \hat{p}_k ,

$$\hat{v}_k^R = \frac{\hat{v}_k + \hat{v}_k^\dagger}{\sqrt{2}}, \quad \hat{v}_k^I = \frac{\hat{v}_k - \hat{v}_k^\dagger}{\sqrt{2}i}, \quad \hat{p}_k^R = \frac{\hat{p}_k + \hat{p}_k^\dagger}{\sqrt{2}}, \quad \hat{p}_k^I = \frac{\hat{p}_k - \hat{p}_k^\dagger}{\sqrt{2}i}. \quad (10)$$

$$\hat{H} = \int_{\mathbb{R}^{3+}} d^3k \sum_{s=R,I} \hat{\mathcal{H}}_k^s = \frac{1}{2} \int_{\mathbb{R}^{3+}} d^3k \sum_{s=R,I} \left[(\hat{p}_k^s)^2 + \omega^2(k, \tau) (\hat{v}_k^s)^2 \right]. \quad (11)$$



En el espacio de Fourier, no existe una forma obvia de dividir el sistema en dos subsistemas. Por ejemplo, se puede considerar el conjunto de operadores \hat{q}_k y $\hat{\pi}_k$ que involucran operadores de escalera de un solo modo k (y excluyendo $-k$),

$$\hat{q}_k = \frac{1}{\sqrt{2k}} (\hat{c}_k + \hat{c}_k^\dagger) \quad \text{y} \quad \hat{\pi}_k = -i\sqrt{\frac{k}{2}} (\hat{c}_k - \hat{c}_k^\dagger), \quad (12)$$

que de hecho son hermitianos y satisfacen $[\hat{q}_k, \hat{\pi}_{k'}] = i\delta(k - k')$; de modo que:

$$\begin{aligned} \hat{v}_k &= \frac{1}{2} \left[\hat{q}_k + \hat{q}_{-k} + \frac{i}{k} (\hat{\pi}_k - \hat{\pi}_{-k}) \right], \\ \hat{p}_k &= \frac{1}{2i} [k(\hat{q}_k - \hat{q}_{-k}) + i(\hat{\pi}_k + \hat{\pi}_{-k})]. \end{aligned} \quad (13)$$



Una partición de un subespacio de Fourier en dos subsistemas 1 y 2 está codificada en el vector del espacio de fase

$$\hat{R}_{1/2} = \left(k^{1/2} \hat{q}_k^{(1)}, k^{-1/2} \hat{\pi}_k^{(1)}, k^{1/2} \hat{q}_k^{(2)}, k^{-1/2} \hat{\pi}_k^{(2)} \right)^T, \quad (14)$$

Para $\hat{R}_{R/I} = \left(k^{1/2} \hat{v}_k^R, k^{-1/2} \hat{p}_k^R, k^{1/2} \hat{v}_k^I, k^{-1/2} \hat{p}_k^I \right)^T,$

Para $\hat{R}_{\pm k} = \left(k^{1/2} \hat{q}_k, k^{-1/2} \hat{\pi}_k, k^{1/2} \hat{q}_{-k}, k^{-1/2} \hat{\pi}_{-k} \right)^T.$

Nos centraremos en particiones que están relacionadas linealmente con,

$$\hat{R}_{1/2} = T^{R/I \rightarrow 1/2} \hat{R}_{R/I} \quad (15)$$



Dado que el hamiltoniano Ec.(6) es cuadrático, la dinámica que genera es lineal y admite estados gaussianos como soluciones. Estos estados se caracterizan enteramente por sus funciones de correlación de dos puntos.

$$\gamma_{ab} = \left\langle \left\{ \hat{R}_a, \hat{R}_b \right\} \right\rangle. \quad (16)$$

Tras un cambio de partición $\hat{R} \rightarrow \hat{R}' = T\hat{R}$, la matriz de covarianza se convierte en

$$\gamma' = T\gamma T^T. \quad (17)$$



Matriz de Covarianza

Si el estado inicial no está correlacionado y es simétrico,

$$\gamma^{R/I} = \begin{pmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} & 0 & 0 \\ \gamma_{12} & \gamma_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma_{11} & \gamma_{12} \\ 0 & 0 & \gamma_{12} & \gamma_{22} \end{pmatrix}, \quad (18)$$

$$\gamma_{11} = 2k \left\langle \left(\hat{v}_k^R \right)^2 \right\rangle = 2k \left\langle \left(\hat{v}_k^I \right)^2 \right\rangle = k \left\langle \left\{ \hat{v}_k, \hat{v}_k^\dagger \right\} \right\rangle, \quad (19)$$

$$\gamma_{12} = \gamma_{21} = \left\langle \hat{v}_k^R \hat{p}_k^R + \hat{p}_k^R \hat{v}_k^R \right\rangle = \left\langle \hat{v}_k^I \hat{p}_k^I + \hat{p}_k^I \hat{v}_k^I \right\rangle = \left\langle \hat{v}_k \hat{p}_k^\dagger + \hat{p}_k \hat{v}_k^\dagger \right\rangle, \quad (20)$$

$$\gamma_{22} = \frac{2}{k} \left\langle \left(\hat{p}_k^R \right)^2 \right\rangle = \frac{2}{k} \left\langle \left(\hat{p}_k^I \right)^2 \right\rangle = \frac{1}{k} \left\langle \left\{ \hat{p}_k, \hat{p}_k^\dagger \right\} \right\rangle, \quad (21)$$



La matriz de covarianza contiene toda la información sobre el estado cuántico (gaussiano).

$$\text{Tr}(\hat{\rho}^2) = \frac{1}{\sqrt{\det \gamma}} = \frac{1}{\gamma_{11}\gamma_{22} - \gamma_{12}^2} \quad (22)$$

La pureza es invariante ante cambios de particiones y, de manera más general, ante cualquier cambio de parametrización del espacio de fases.

En la imagen de Heisenberg, la ecuación de movimiento de los operadores de escalera se puede obtener a partir de la Ec.(9),

$$\frac{d}{d\tau} \begin{pmatrix} \hat{c}_k \\ \hat{c}_{-k}^\dagger \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -i\frac{k}{2} \left[\frac{\omega^2(k,\tau)}{k^2} + 1 \right] & -i\frac{k}{2} \left[\frac{\omega^2(k,\tau)}{k^2} - 1 \right] \\ i\frac{k}{2} \left[\frac{\omega^2(k,\tau)}{k^2} - 1 \right] & i\frac{k}{2} \left[\frac{\omega^2(k,\tau)}{k^2} + 1 \right] \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{c}_k \\ \hat{c}_{-k}^\dagger \end{pmatrix}. \quad (23)$$

Este sistema al ser lineal se puede resolver con una transformación de Bogoliubov

$$\begin{pmatrix} \hat{c}_k(\tau) \\ \hat{c}_{-k}^\dagger(\tau) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_k(\tau) & w_k(\tau) \\ w_{-k}^*(\tau) & u_{-k}^*(\tau) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{c}_k(\tau_{\text{in}}) \\ \hat{c}_{-k}^\dagger(\tau_{\text{in}}) \end{pmatrix}, \quad (24)$$

$$|u_k|^2 - |w_{-k}|^2 = 1. \quad (25)$$



Transformación de Bogoliubov

Estos satisfacen el mismo sistema diferencial que los operadores de creación y aniquilación, Ec.(23), con condiciones iniciales $u_{\pm k}(\tau_{\text{in}}) = 1$ y $w_{\pm k}(\tau_{\text{in}}) = 0$, de la Ec.(24) en Ec.(23),

$$\frac{d^2}{d\tau^2} (u_k + w_k^*) + \omega^2(k, \tau) (u_k + w_k^*) = 0. \quad (26)$$

Esta ecuación debe resolverse con las condiciones iniciales,

$$(u_k + w_k^*)(\tau_{\text{in}}) = 1 \quad \text{y} \quad (u_k + w_k^*)'(\tau_{\text{in}}) = -ik, \quad (27)$$

donde este último proviene de la relación

$$\frac{d}{d\tau} (u_k + w_k^*) = -ik (u_k - w_k^*) \quad (28)$$



La evolución también se puede expresar en términos de las variables de campo, reescribiendo la Ec.(24) como

$$\hat{R}_{R/I}(\tau) = T_{R/I}(\tau)\hat{R}_{R/I}(\tau_{\text{in}}), \quad (29)$$

La matriz de covarianza puede entonces evaluarse mediante la Ec.(17),

$$\gamma(\tau) = T_{R/I}(\tau)\gamma(\tau_{\text{in}})T_{R/I}^T(\tau), \quad (30)$$



Si el estado inicial se elige como estado de vacío,

$$\gamma_{11}(\tau) = |u_k(\tau) + w_k^*(\tau)|^2, \quad (31)$$

$$\gamma_{22}(\tau) = |u_k(\tau) - w_k^*(\tau)|^2, \quad (32)$$

$$\gamma_{12}(\tau) = 2 \operatorname{Im} [u_k(\tau)w_k(\tau)]. \quad (33)$$

En ese caso, dadas las condiciones iniciales $u_k(\tau_{\text{in}}) = 1$ y $w_k(\tau_{\text{in}}) = 0$, estas expresiones también implican que $\gamma_{11}(\tau_{\text{in}}) = \gamma_{22}(\tau_{\text{in}}) = 1$ y $\gamma_{12}(\tau_{\text{in}}) = 0$.



Parámetros de Squeezing

Una descripción equivalente de la dinámica es a través de los parámetros de squeezing $(r_k, \varphi_k, \theta_k)$, que se definen en términos de los coeficientes de Bogoliubov como

$$u_k(\tau) = e^{-i\theta_k} \cosh r_k, \quad w_k(\tau) = -e^{i\theta_k + 2i\varphi_k} \sinh r_k, \quad (34)$$

$$\frac{dr_k}{d\tau} = \frac{k}{2} \left(\frac{\omega^2}{k^2} - 1 \right) \sin(2\varphi_k), \quad (35)$$

$$\frac{d\varphi_k}{d\tau} = -\frac{k}{2} \left(\frac{\omega^2}{k^2} + 1 \right) + \frac{k}{2} \left(\frac{\omega^2}{k^2} - 1 \right) \frac{\cos(2\varphi_k)}{\tanh(2r_k)}, \quad (36)$$

$$\frac{d\theta_k}{d\tau} = \frac{k}{2} \left(\frac{\omega^2}{k^2} + 1 \right) - \frac{k}{2} \left(\frac{\omega^2}{k^2} - 1 \right) \cos(2\varphi_k) \tanh r_k, \quad (37)$$



Parámetros de Squeezing

$$\gamma_{11} = \cosh(2r_k) - \cos(2\varphi_k) \sinh(2r_k), \quad (38)$$

$$\gamma_{22} = \cosh(2r_k) + \cos(2\varphi_k) \sinh(2r_k), \quad (39)$$

$$\gamma_{12} = -\sin(2\varphi_k) \sinh(2r_k), \quad (40)$$

$$\cosh(2r_k) = \frac{\gamma_{11} + \gamma_{22}}{2}, \quad \tan(2\varphi_k) = \frac{2\gamma_{12}}{\gamma_{11} - \gamma_{22}}. \quad (41)$$



Para un estado gaussiano,

$$W(R) = \frac{1}{\pi^2 \sqrt{\det \gamma}} \exp \left(-R^T \gamma^{-1} R \right). \quad (42)$$

En la partición R/I, $\gamma^{R/I}$ viene dada por la Ec.(18), por lo tanto

$$\left(\gamma^{R/I} \right)^{-1} = \begin{pmatrix} (\gamma^R)^{-1} & 0 \\ 0 & (\gamma^I)^{-1} \end{pmatrix} \quad (43)$$



Parámetros de Squeezing

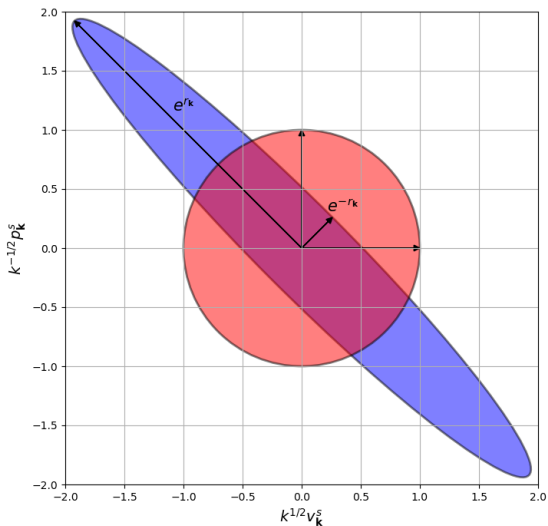
Debido a la naturaleza gaussiana de W^s , los contornos de la función Wigner son elipses en el espacio de fase

$$\tilde{R}^s = \mathcal{R}(-\varphi_k) R^s = \begin{pmatrix} \cos \varphi_k & \sin \varphi_k \\ -\sin \varphi_k & \cos \varphi_k \end{pmatrix} R^s, \quad (44)$$

a lo largo del cual la matriz de covarianza se convierte

$$(\tilde{\gamma}^s)^{-1} = \mathcal{R}(-\varphi_k) (\gamma^s)^{-1} \mathcal{R}^T(-\varphi_k) = \begin{pmatrix} e^{2r_k} & 0 \\ 0 & e^{-2r_k} \end{pmatrix}. \quad (45)$$

Esto implica que los ejes semimayor y semimayor de las elipses mencionadas están inclinados un ángulo φ_k en el espacio de fase, y que para el contorno $\sqrt{2} - \sigma$, sus respectivas longitudes vienen dadas por e^{r_k} y e^{-r_k} .





$$\frac{d\langle\hat{O}\rangle}{d\tau} = \left\langle \frac{\partial\hat{O}}{\partial\tau} \right\rangle - i\langle[\hat{O}, \hat{H}]\rangle. \quad (46)$$

Para funciones de correlación de un punto, utilizando el Hamiltoniano Ec.(6), esto conduce a

$$\frac{d\langle v_k^s \rangle}{d\tau} = \langle p_k^s \rangle, \quad \frac{d\langle p_k^s \rangle}{d\tau} = -\omega^2(k, \tau) \langle v_k^s \rangle, \quad (47)$$

que no es otra cosa que el teorema de Ehrenfest. Combinadas, estas dos ecuaciones conducen a

$$\langle \hat{v}_k^s \rangle'' + \omega^2(k, \tau) \langle \hat{v}_k^s \rangle = 0, \quad (48)$$



Para las funciones de correlación de dos puntos, se tiene

$$\frac{d}{d\tau} \langle \hat{v}_k^s \hat{v}_k^s \rangle = \langle \hat{v}_k^s \hat{p}_k^s + \hat{p}_k^s \hat{v}_k^s \rangle, \quad (49)$$

$$\frac{d}{d\tau} \langle \hat{p}_k^s \hat{v}_k^s \rangle = \langle \hat{p}_k^s \hat{p}_k^s \rangle - \omega^2(k, \tau) \langle \hat{v}_k^s \hat{v}_k^s \rangle, \quad (50)$$

$$\frac{d}{d\tau} \langle \hat{v}_k^s \hat{p}_k^s \rangle = \langle \hat{p}_k^s \hat{p}_k^s \rangle - \omega^2(k, \tau) \langle \hat{v}_k^s \hat{v}_k^s \rangle, \quad (51)$$

$$\frac{d}{d\tau} \langle \hat{p}_k^s \hat{p}_k^s \rangle = -\omega^2(k, \tau) \langle \hat{p}_k^s \hat{v}_k^s \rangle - \omega^2(k, \tau) \langle \hat{v}_k^s \hat{p}_k^s \rangle, \quad (52)$$



$$\frac{1}{k} \frac{d\gamma_{11}}{d\tau} = \gamma_{12} + \gamma_{21}, \quad (53)$$

$$\frac{1}{k} \frac{d}{d\tau} (\gamma_{12} + \gamma_{21}) = 2\gamma_{22} - 2\frac{\omega^2}{k^2} \gamma_{11}, \quad (54)$$

$$\frac{1}{k} \frac{d\gamma_{22}}{d\tau} = -\frac{\omega^2}{k^2} (\gamma_{12} + \gamma_{21}). \quad (55)$$



$$\frac{1}{k^3} \frac{d^3 \gamma_{11}}{d\tau^3} + 4 \frac{\omega^2}{k^2} \frac{1}{k} \frac{d\gamma_{11}}{d\tau} + \frac{2}{k} \frac{d}{d\tau} \left(\frac{\omega^2}{k^2} \right) \gamma_{11} = 0. \quad (56)$$

Al introducir el cambio de variable complejo $\gamma_{11} = v_k v_k^*$. Se puede demostrar que la Ec.(56) se cumple si

$$v_k'' + \omega^2 v_k = 0. \quad (57)$$

$$\hat{H}_{\text{tot}} = \hat{H} \otimes \hat{\mathbb{1}}_{\text{env}} + \hat{\mathbb{1}} \otimes \hat{H}_{\text{env}} + g\hat{H}_{\text{int}}, \quad (58)$$

$$\hat{\rho} = \text{Tr}_{\text{env}} (\hat{\rho}_{\text{tot}}). \quad (59)$$

En la práctica, asumimos que el término de interacción es local, por lo que puede escribirse como

$$\hat{H}_{\text{int}}(\tau) = \int d^3\mathbf{x} \hat{A}(\tau, \mathbf{x}) \otimes \hat{E}(\tau, \mathbf{x}), \quad (60)$$

donde \hat{A} es un operador que actúa en el espacio de Hilbert del sistema y \hat{E} un operador que actúa en el espacio de Hilbert del entorno.

$$\frac{d\hat{\rho}}{d\tau} \equiv -i[\hat{H}, \hat{\rho}] - \frac{\Gamma}{2} \int d^3\mathbf{x} d^3\mathbf{y} C_E(\tau; \mathbf{x}, \mathbf{y}) [\hat{A}(\mathbf{x}), [\hat{A}(\mathbf{y}), \hat{\rho}]], \quad (61)$$



$$\frac{d\langle\hat{O}\rangle}{d\tau} = \left\langle \frac{\partial\hat{O}}{\partial\tau} \right\rangle - i\langle[\hat{O}, \hat{H}]\rangle - \frac{\Gamma}{2}(2\pi)^{3/2} \int_{\mathbb{R}^3} d^3\mathbf{k} \tilde{C}_E(\tau, \mathbf{k}) \left\langle \left[[\hat{O}, \hat{A}_\mathbf{k}], \hat{A}_{-\mathbf{k}} \right] \right\rangle \quad (62)$$

$$\frac{d\langle\hat{O}\rangle}{d\tau} = \left\langle \frac{\partial\hat{O}}{\partial\tau} \right\rangle - i\langle[\hat{O}, \hat{H}]\rangle - \frac{\Gamma}{2}(2\pi)^{3/2} \int_{\mathbb{R}^3} d^3\mathbf{k} \tilde{C}_E(\tau, \mathbf{k}) \left\langle \left[[\hat{O}, \hat{v}_\mathbf{k}], \hat{v}_\mathbf{k}^\dagger \right] \right\rangle, \quad (63)$$

$$\frac{d\langle\hat{O}\rangle}{d\tau} = \left\langle \frac{\partial\hat{O}}{\partial\tau} \right\rangle - i\langle[\hat{O}, \hat{H}]\rangle - \frac{\Gamma}{2}(2\pi)^{3/2} \int_{\mathbb{R}^{3+}} d^3\mathbf{k} \tilde{C}_E(\tau, \mathbf{k}) \left\langle \left[[\hat{O}, \hat{v}_\mathbf{k}^R], \hat{v}_\mathbf{k}^R \right] \right\rangle - \quad (64)$$



La acción vendrá dada por

$$\mathcal{S} = \frac{1}{2\kappa} \int d^4x \sqrt{-g} R + \int d^4x \sqrt{-g} \left(-\frac{1}{2} g^{\alpha\beta} \partial_\alpha \varphi \partial_\beta \varphi - V(\varphi) \right) \quad (65)$$

De la primera ecuación de Friedmann y de continuidad:

$$H^2 = \frac{\kappa}{3} \left(\frac{1}{2} \dot{\varphi}^2 + V(\varphi) \right) \quad (66)$$

$$\ddot{\varphi} + 3H \dot{\varphi} + \partial_\varphi V(\varphi) = 0 \quad (67)$$

Ahora tenemos las ecuaciones que determinan la evolución del sistema



Consideraremos pequeñas perturbaciones en el campo del inflatón $\varphi(\eta, x_i) = \bar{\varphi}(\eta) + \delta\varphi(\eta, x_i)$ y el tensor métrico $g_{\mu\nu} = \bar{g}_{\mu\nu} + \delta g_{\mu\nu}$.

$$S_2 = \frac{1}{2} \int d^4x \left(\nu'^2 - \nu_{,i}\nu_{,i} + \frac{z''}{z} \nu^2 \right) \quad \text{con} \quad z \equiv a \frac{\bar{\varphi}'}{\mathcal{H}} \quad (68)$$

donde

$$\nu \equiv a \left(\delta\varphi + \frac{\bar{\varphi}'}{\mathcal{H}} \psi \right), \quad (69)$$

y $\mathcal{H} = a'/a$.



Se obtiene su ecuación de movimiento:

$$\nu'' - \nu_{,ii} - \frac{z''}{z}\nu = 0 \quad (70)$$

En términos de su transformada de Fourier espacial:

$$\mu_{\mathbf{k}}(\eta) \equiv \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int d^3\mathbf{x} \nu(\eta, \mathbf{x}) e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} \quad (71)$$

Las componentes de Fourier

$$\mu_{\mathbf{k}}'' + \omega_k^2 \mu_{\mathbf{k}} = 0, \quad \omega_k^2(\eta) \equiv k^2 - \frac{z''}{z}, \quad k \equiv |\mathbf{k}| \quad (72)$$



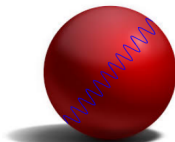
Perturbaciones inflacionarias

Las soluciones se dividen en dos, dentro del radio de Hubble:

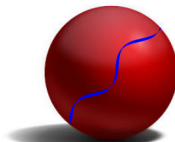
$$\mu_{\mathbf{k}} = A_{\mathbf{k}}e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} + B_{\mathbf{k}}e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}}, \quad (73)$$

y fuera del radio de Hubble

$$\mu_{\mathbf{k}} = C_{\mathbf{k}}z + D_{\mathbf{k}} \int_{\eta_0}^{\eta} \frac{d\eta^*}{z(\eta^*)^2} \quad (74)$$



$$\lambda \ll H^{-1}$$



$$\lambda \gtrsim H^{-1}$$



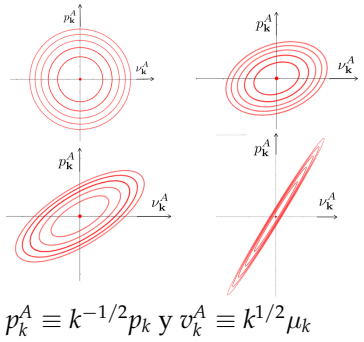
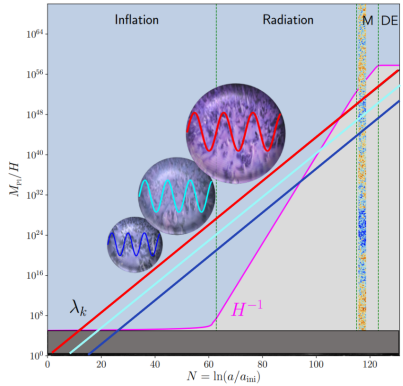
Luego de un proceso de cuantización canónica y junto con las consideraciones de los parámetros de slow-roll.

$$\mu_k(\eta) = \frac{1}{\sqrt{2k}} \left(1 - \frac{i}{k\eta} \right) e^{-ik\eta}, \quad p_k(\eta) = -i \frac{\sqrt{k}}{\sqrt{2}} e^{-ik\eta} \quad (75)$$

Esto nos da la evolución temporal y la forma completa de las perturbaciones, dentro del horizonte.



Perturbaciones inflacionarias





De la definición de la variable de Sasaki-Mukhanov,
 $v(\eta, \mathbf{x}) = z(\eta)\zeta(\eta, \mathbf{x})$:

$$\mathcal{P}_v^2 = |\mu_k(\eta)|^2 = \frac{1}{2k} \left(1 + \frac{1}{k^2\eta^2} \right), \quad (76)$$

$$\mathcal{P}_\zeta^2 = \frac{1}{2\epsilon M_{\text{Pl}}^2} \frac{H_*^2}{2k^3} \left(1 + k^2\eta^2 \right) \simeq \frac{1}{2\epsilon M_{\text{Pl}}^2} \frac{H_*^2}{2k^3}, \quad (77)$$

donde la estrella indica que la expresión se evalúa en el cruce del horizonte $k = aH$. Cuyo expresión adimensional:

$$\Delta_\zeta^2 = \frac{1}{8\pi^2 M_{\text{Pl}}^2 \epsilon} H_*^2. \quad (78)$$



Dos enfoques diferentes para la inflación

- Se considera un modelo con un tipo particular de término potencial y cinético, que está bien motivado por la física de partículas.
- Se considera una acción bastante genérica permitida por la simetría preservada durante la inflación, es decir, una invariancia del difeomorfismo espacial dependiente del tiempo.

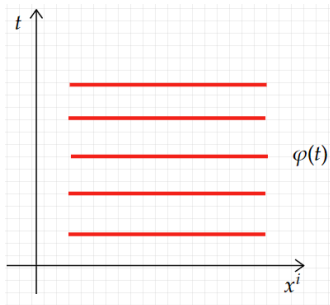


Nuestro inflatón φ es un escalar bajo todos los difeomorfismos, la perturbación $\delta\varphi$ es un escalar solo bajo difeomorfismos espaciales mientras se transforma de forma no lineal con respecto a las difeomorfismos temporales:

$$t \rightarrow t + \xi^0(t, \vec{x}) \quad \delta\varphi \rightarrow \delta\varphi + \dot{\varphi}_0(t)\xi^0 \quad (79)$$



Gauge Unitario



En particular, se puede elegir un gauge $\varphi(t, \vec{x}) = \varphi_0(t)$ donde no hay perturbaciones del inflatón para un $\tilde{t}(x)$ -constante que coincide con t , todos los grados de libertad están en la métrica.

$$0 = \delta\varphi(\mathbf{x}, t) - \dot{\varphi}(t)\delta t(\mathbf{x}, t). \quad (80)$$



Los principios de la EFT tienen por objeto construir la acción más genérica compatible con las simetrías para los grados de libertad disponibles.

La acción genérica que puede escribirse en el gauge unitario es de la forma

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} F \left(R_{\mu\nu\rho\sigma}, g^{00}, K_{\mu\nu}, \nabla_\mu, t \right). \quad (81)$$

La acción para el campo inflatón hasta el primer orden en las perturbaciones:

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{M_{\text{Pl}}^2}{2} R - c(t)g^{00} - \Lambda(t) \right] + S^{(2)}, \quad (82)$$



Si se quiere conectar con un modelo específico de inflación, basta con expresarlo en el gauge unitario

$$\int d^4x \sqrt{-g} \left[-\frac{1}{2}(\partial\varphi)^2 - V(\varphi) \right] \rightarrow \int d^4x \sqrt{-g} \left[-\frac{\dot{\bar{\varphi}}^2}{2} g^{00} - V(\bar{\varphi}) \right]. \quad (83)$$

Lo que nos da, luego de usar las ecuaciones de Friedmann:

$$\begin{aligned} c(t) &= -\dot{H}M_{\text{Pl}}^2 \rightarrow \dot{\bar{\varphi}}^2 = -2M_{\text{Pl}}^2 \dot{H} \\ \Lambda(t) &= M_{\text{Pl}}^2 (3H^2 + \dot{H}) \rightarrow V(\bar{\varphi}) = M_{\text{Pl}}^2 (3H^2 + \dot{H}) \end{aligned} \quad (84)$$



Truco de Stückelberg

Es conveniente introducir la acción para el bosón de Goldstone π mediante el truco de Stückelberg. Realizamos el siguiente difeomorfismo temporal en la acción unitaria:

$$t \rightarrow \tilde{t}, \quad x^i \rightarrow \tilde{x}^i \quad \text{con} \quad \tilde{t} + \tilde{\pi}(\tilde{t}, \tilde{x}) = t, \quad \tilde{x}^i = x^i \quad (85)$$

Asignando a π la regla de transformación no lineal

$$\pi(x) \rightarrow \tilde{\pi}(\tilde{x}) = \pi(x) - \xi^0(x) \quad \text{con} \quad t \rightarrow \tilde{t} = t + \xi^0(x), \quad x^i \rightarrow \tilde{x}^i = x^i \quad (86)$$

y en el orden de las aproximaciones de Slow-Roll:

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{1}{2} M_{\text{Pl}}^2 R - M_{\text{Pl}}^2 \dot{H} \left(\dot{\pi}^2 - \frac{(\partial_i \pi)^2}{a^2} \right) \right]. \quad (87)$$

Existe una relación sencilla entre ζ y el bosón de Goldstone π

$$\zeta = -H\pi = -\frac{H}{M_{\text{Pl}}\sqrt{\dot{H}}}\pi_c, \quad (88)$$

Por lo que en el régimen de slow-roll:

$$\langle \zeta(\mathbf{k}_1) \zeta(\mathbf{k}_2) \rangle = (2\pi)^3 \delta(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2) \frac{H_\star^4}{2M_{\text{Pl}}^2 |\dot{H}_\star| k_1^3}. \quad (89)$$

siendo el power spectrum adimensional:

$$\Delta_\zeta^2 = \frac{H_\star^4}{8\pi^2 M_{\text{Pl}}^2 |\dot{H}_\star|} = \frac{H_\star^2}{8\pi^2 M_{\text{Pl}}^2 |\epsilon|}, \quad (90)$$



Resultados numéricos



Conclusiones y perspectivas

- Se aplicaron herramientas de la EFT para modelar y extender la dinámica de sistemas sencillos, que posteriormente dieron las bases para el caso inflacionario.
- Los accidentes, interpretados como modificaciones en las condiciones iniciales, permiten explorar nuevas firmas observables en el CMB, que sugieren rupturas en la invariancia de escala.
- Persiste el desafío de conectar modelos efectivos con sus orígenes microfísicos. Quedan por explorar extensiones más generales, deducir términos adicionales en la expansión EFT y establecer restricciones en el espacio de parámetros.



Conclusiones y perspectivas

- Los estados squeezed son cruciales para entender la transición clásica de las perturbaciones y su interacción con el entorno en tiempos tardíos.
- Herramientas como una EFT abierta (OEFT), pueden revelar fenómenos fundamentales aún desconocidos de las perturbaciones.

- [1] T. Colas, “Open Effective Field Theories for primordial cosmology : dissipation, decoherence and late-time resummation of cosmological inhomogeneities,” Theses, Université Paris-Saclay, Aug. 2023. [Online]. Available: <https://theses.hal.science/tel-04195628>
- [2] C. P. Burgess, *Introduction to effective field theory*. Cambridge University Press, 2020.
- [3] J. T. Gálvez Gherzi, “Cosmological and astrophysical observables from field theory in curved backgrounds.”
- [4] S. Melville, “Cosmological effective field theories: How to distinguish the good, the bad and the ugly,” 2022, international Workshop “Dawn of Gravitational-wave Cosmology and Theory of Gravity”. [Online]. Available: <https://www.tfc.tohoku.ac.jp/junior-research-program/seminar/4359.html>
- [5] H. A. Kramers, “Die dispersion und absorption von röntgenstrahlen,” *Phys. Z*, vol. 30, pp. 522–523, 1929.

- [6] R. De L. Kronig, “On the theory of dispersion of x-rays,” *Journal of the Optical Society of America*, vol. 12, no. 6, pp. 547–557, 1926.
- [7] C. de Rham, S. Melville, and J. Noller, “Positivity bounds on dark energy: when matter matters,” *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, vol. 2021, no. 08, p. 018, aug 2021. [Online]. Available: <https://dx.doi.org/10.1088/1475-7516/2021/08/018>
- [8] S. Endlich, A. Nicolis, R. Rattazzi, and J. Wang, “The quantum mechanics of perfect fluids,” *Journal of High Energy Physics*, vol. 2011, no. 4, Apr. 2011. [Online]. Available: [http://dx.doi.org/10.1007/JHEP04\(2011\)102](http://dx.doi.org/10.1007/JHEP04(2011)102)
- [9] Ø. Grøn, *Introduction to Einstein’s Theory of Relativity: From Newton’s Attractive Gravity to the Repulsive Gravity of Vacuum Energy*, ser. Undergraduate Texts in Physics. Springer International Publishing, 2020. [Online]. Available: <https://books.google.com.pe/books?id=A8XnDwAAQBAJ>
- [10] S. Dubovsky, T. Grégoire, A. Nicolis, and R. Rattazzi, “Null energy condition and superluminal propagation,” *Journal of High Energy Physics*, vol. 2006, no. 03, p. 025–025, Mar. 2006. [Online]. Available: <http://dx.doi.org/10.1088/1126-6708/2006/03/025>

- [11] S. Dubovsky, L. Hui, A. Nicolis, and D. T. Son, “Effective field theory for hydrodynamics: Thermodynamics, and the derivative expansion,” *Physical Review D*, vol. 85, no. 8, Apr. 2012. [Online]. Available: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevD.85.085029>
- [12] V. Mukhanov, *Physical Foundations of Cosmology*, ser. Physical Foundations of Cosmology. Cambridge University Press, 2005. [Online]. Available: <https://books.google.com.pe/books?id=1TXO7GmwZFgC>
- [13] S. Dodelson, *Modern Cosmology*. Academic Press, Elsevier Science, 2003.
- [14] P. A. et al. [Planck Collaboration], “Planck 2015 results. xiii. cosmological parameters,” *Astronomy & Astrophysics*, vol. 594, p. A13, sep 2016. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1051%2F0004-6361%2F201525830>
- [15] D. Baumann, *Cosmology*. Cambridge University Press, 2022. [Online]. Available: <https://books.google.com.pe/books?id=fAK1zgEACAAJ>
- [16] P. A. et al. [Planck Collaboration], “iplanck/i2015 results,” *Astronomy & Astrophysics*, vol. 594, p. A16, sep 2016. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1051%2F0004-6361%2F201526681>

- [17] A. H. Guth, “Inflationary universe: A possible solution to the horizon and flatness problems,” *Phys. Rev. D*, vol. 23, pp. 347–356, Jan 1981. [Online]. Available: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.23.347>
- [18] A. D. Linde, “A New Inflationary Universe Scenario: A Possible Solution of the Horizon, Flatness, Homogeneity, Isotropy and Primordial Monopole Problems,” *Phys. Lett. B*, vol. 108, pp. 389–393, 1982.
- [19] S. M. Carroll, *Spacetime and Geometry: An Introduction to General Relativity*. Cambridge University Press, 7 2019.
- [20] G. H. et al., “Five-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (wmap)/i Observations: Data Processing, Sky Maps, and Basic Results,” *The Astrophysical Journal Supplement Series*, vol. 180, no. 2, pp. 225–245, feb 2009. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1088%2F0067-0049%2F180%2F2%2F225>
- [21] E. Tomberg, “Decoherence in inflation,” 2016.
- [22] V. Vennin, “Quantum diffusion during cosmic inflation,” 2022, international Workshop “Dawn of Gravitational-wave Cosmology and Theory of Gravity”. [Online]. Available: <https://www.tfc.tohoku.ac.jp/junior-research-program/seminar/4356.html>
- [23] J. Martin and C. Ringeval, “Inflation after WMAP3: confronting the slow-roll and exact power spectra with CMB data,” *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, vol. 2006, no. 08, pp. 009–009, aug 2006. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1088%2F1475-7516%2F2006%2F08%2F009>

- [24] V. Vennin, “Cosmological inflation: theoretical aspects and observational constraints,” Ph.D. dissertation, Université Pierre et Marie Curie, 2014.
- [25] J. D. Jackson, *Classical electrodynamics*, 3rd ed. New York, NY: Wiley, 1999. [Online]. Available: <http://cdsweb.cern.ch/record/490457>
- [26] P. Peter and J. Uzan, *Primordial Cosmology*, ser. Oxford graduate texts. OUP Oxford, 2009. [Online]. Available: <https://books.google.com.pe/books?id=II8SDAAAQBAJ>
- [27] H. Kurki-Suonio, “Cosmological perturbation theory i,” vol. 1, no. 1, p. 1–137, May 2022.
- [28] K. A. Malik and D. Wands, “Cosmological perturbations,” *Physics Reports*, vol. 475, no. 1–4, p. 1–51, May 2009. [Online]. Available: <http://dx.doi.org/10.1016/j.physrep.2009.03.001>
- [29] J. M. Bardeen, “Gauge-invariant cosmological perturbations,” *Phys. Rev. D*, vol. 22, pp. 1882–1905, Oct 1980. [Online]. Available: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.22.1882>
- [30] V. F. Mukhanov, “Quantum Theory of Gauge Invariant Cosmological Perturbations,” *Sov. Phys. JETP*, vol. 67, pp. 1297–1302, 1988.
- [31] B. Eltzner, “Quantization of Perturbations in Inflation,” 2 2013.

- [32] H. Kodama and M. Sasaki, “Cosmological Perturbation Theory,” *Prog. Theor. Phys. Suppl.*, vol. 78, pp. 1–166, 1984.
- [33] A.-S. Deutsch, “Effective field theories for inflation,” 2013.
- [34] C. Cheung, A. L. Fitzpatrick, J. Kaplan, L. Senatore, and P. Creminelli, “The effective field theory of inflation,” *Journal of High Energy Physics*, vol. 2008, no. 03, p. 014–014, Mar. 2008. [Online]. Available: <http://dx.doi.org/10.1088/1126-6708/2008/03/014>
- [35] C. de Rham, “Massive gravity,” *Living Reviews in Relativity*, vol. 17, no. 1, Aug. 2014. [Online]. Available: <http://dx.doi.org/10.12942/lrr-2014-7>
- [36] L. Senatore and M. Zaldarriaga, “The effective field theory of multifield inflation,” *Journal of High Energy Physics*, vol. 2012, no. 4, Apr. 2012. [Online]. Available: [http://dx.doi.org/10.1007/JHEP04\(2012\)024](http://dx.doi.org/10.1007/JHEP04(2012)024)
- [37] L. Senatore, K. M. Smith, and M. Zaldarriaga, “Non-gaussianities in single field inflation and their optimal limits from the wmap 5-year data,” *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, vol. 2010, no. 01, p. 028–028, Jan. 2010. [Online]. Available: <http://dx.doi.org/10.1088/1475-7516/2010/01/028>
- [38] J. T. G. Ghersi, A. Zucca, and A. V. Frolov, “Observational constraints on constant roll inflation,” *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, vol. 2019, no. 05, p. 030–030, May 2019. [Online]. Available: <http://dx.doi.org/10.1088/1475-7516/2019/05/030>

Gracias