

Teoría de perturbación causal y campos en interacción en el frente de luz

O. A. Acevedo¹ y B. M. Pimentel²

¹ Grupo de Física Teórica y Altas Energías
Facultad de Ciencias Físicas
Universidad Nacional Mayor de San Marcos

² Instituto de Física Teórica
Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”

XXXI Simposio Peruano de Física
15 - 19 de diciembre de 2025

TPC y
campos en
interacción
en el frente
de luz

Introducción

Teoría de
perturba-
ción causal
en el plano
nulo

Modelo de
Yukawa

Campos en
interacción

Conclusiones

Referencias

1 Introducción

2 Teoría de perturbación causal
en el plano nulo

3 Modelo de Yukawa

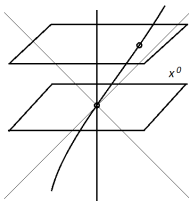
4 Campos en interacción

5 Conclusiones

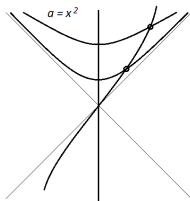
6 Referencias

Cinco formas dinámicas de la relatividad especial

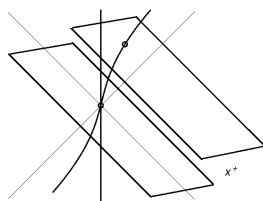
Dirac (1949): Tres formas dinámicas:



Instantánea
 x^0



Forma-punto
 $a^2 = x^2, a > 0$



Frente de luz (plano nulo)
 $x^+ \sim x^0 + x^3$

Leutwyler y Stern (1978): Dos formas dinámicas más (y no más):

$$\begin{aligned} \text{L-S 1} &: a^2 = (x^0)^2 - (x^1)^2 - (x^2)^2, \quad a > 0, \\ \text{L-S 2} &: a^2 = (x^0)^2 - (x^3)^2, \quad a > 0. \end{aligned}$$

Cinco descripciones de la relatividad \Rightarrow Cinco teorías de campos cuánticos.

Preguntas: ¿Cuál es la correcta? ¿Son equivalentes?

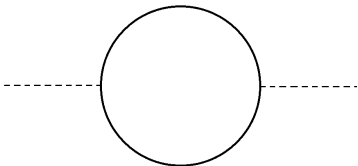
Dinámica del frente de luz

Desde el punto de vista teórico/práctico, en la forma dinámica del frente de luz:

- 1) Problema de valores iniciales bien definido; existe teoría de campos.
- 2) Dinámica más simple (apenas tres hamiltonianos).
- 3) Se puede usar técnicas impracticables en la dinámica instantánea.

Problemas: Propagador de Feynman del campo de Dirac:

$$\widehat{S}^F(p) = (2\pi)^{-2} \left(\frac{\not{p} + m}{p^2 - m^2 + i0^+} - \frac{\gamma^+}{2p_-} \right).$$



Reglas de Feynman:

$$\int d^4q \text{Tr} \left[\widehat{S}^F(q) \widehat{S}^F(p - q) \right]$$

- Polos espurios requieren regularización → Prescripciones (VP, LM, BL, ...).

Es de absoluta importancia establecer una teoría tan exitosa, desde el punto de vista práctico, sobre sólidas bases.

- 1 Introducción
- 2 Teoría de perturbación causal en el plano nulo**
- 3 Modelo de Yukawa

- 4 Campos en interacción
- 5 Conclusiones
- 6 Referencias

Axioma de causalidad

Operador de dispersión $S(g)$ (dependiente de función de conmutación adiabática $g \in \mathcal{S}(\mathbb{R}^4)$):

$$S(g) = \text{id}_{\mathcal{F}} + \sum_{n \in \mathbb{N}} \frac{1}{n!} \int T_n(X) g(X) dX ,$$

$$T_n(X) \equiv T_n(x_1; \dots; x_n) , \quad g(X) \equiv g(x_1) \cdots g(x_n) , \quad dX \equiv d^4 x_1 \cdots d^4 x_n .$$

Axioma de causalidad:

$$\forall g_1, g_2 \in \mathcal{S}(\mathbb{R}^4) : \quad \text{supp}(g_1) < \text{supp}(g_2) \quad \Rightarrow \quad S(g_1 + g_2) = S(g_2) S(g_1) .$$

Si $\text{supp}(g_1) \sim \text{supp}(g_2)$, entonces la factorización causal aún es válida, pero $S(g_1)$ y $S(g_2)$ conmutan.

Perturbativamente:

$$X = X_1 \cup X_2, \quad X_1 < X_2 \quad \Rightarrow \quad T_n(X) = T_m(X_2) T_{n-m}(X_1) ;$$

$$X_1 < X_2 \quad \Rightarrow \quad [T_n(X); T_m(Y)] = 0 .$$

El axioma de causalidad se puede adaptar a la forma dinámica del frente de luz especificando que la cronología es referida a la coordenada $x^+ \sim x^0 + x^3$.

Ordenamiento cronológico

La multiplicación de una distribución por una función discontinua es la fuente de divergencias ultravioletas (Bogoliúbov y Parasiuk):

$$\widehat{\Theta}\delta(p) = (2\pi)^{-1/2} \int dq \widehat{\Theta}(q) \delta(p - q) = i(2\pi)^{-3/2} \int \frac{dq}{q + i0^+} .$$

Se debe usar solo operaciones bien definidas en la teoría de distribuciones.

Stepanov/Epstein-Glaser: usar el axioma de causalidad.

$$T(X_1 \cup X_2) - T(X_2)T(X_1) = \begin{cases} 0 & ; \quad X_1 < X_2 \text{ (o } X_1 \sim X_2) \\ [T(X_1); T(X_2)] & ; \quad X_1 > X_2 \end{cases}$$

$$= \Theta(X_1 - X_2) [T(X_1); T(X_2)] .$$

Esta es distribución avanzada en relación a X_1 . Generalizando:

$$A_n(Y; x_n) := \sum_{r=1}^n (-1)^{r-1} \sum_{\substack{X_1, \dots, X_r \neq \emptyset \\ X_1 \cup \dots \cup X_r = Y \cup \{x_n\} \\ \forall j \neq k: X_j \cap X_k = \emptyset \\ x_n \in X_r}} T_{n_1}(X_1) \cdots T_{n_r}(X_r) ,$$

$$R_n(Y; x_n) := \sum_{r=1}^n (-1)^{r-1} \sum_{\substack{X_1, \dots, X_r \neq \emptyset \\ X_1 \cup \dots \cup X_r = Y \cup \{x_n\} \\ \forall j \neq k: X_j \cap X_k = \emptyset \\ x_n \in X_1}} T_{n_1}(X_1) \cdots T_{n_r}(X_r) .$$

Procedimiento inductivo causal

Separamos la distribución de n puntos:

$$A_n(Y; x_n) = T_n(Y \cup \{x_n\}) + A'_n(Y; x_n)$$

$$R_n(Y; x_n) = T_n(Y \cup \{x_n\}) + R'_n(Y; x_n) .$$

Distribución causal:

$$D_n(Y; x_n) := R_n(Y; x_n) - A_n(Y; x_n) = R'_n(Y; x_n) - A'_n(Y; x_n)$$

La distribución de n puntos puede recuperarse por división de D_n :

$$T_n(Y \cup \{x_n\}) = A_n(Y; x_n) - A'_n(Y; x_n) = R_n(Y; x_n) - R'_n(Y; x_n)$$

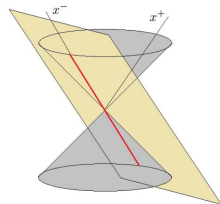
$$D_n(x_1; \cdots; x_n) = \sum_k d_n^k(x_1; \cdots; x_n) : C_k(u^A) :$$

Distribución numérica:

$$d(x) := d_n^k(x_1 - x_n; \cdots; x_{n-1} - x_n; 0) = r(x) - a(x) ,$$

$$\text{supp}(r) \subseteq \Gamma_{n-1}^+(0) \quad , \quad \text{supp}(a) \subseteq \Gamma_{n-1}^-(0) .$$

División según x^+ requiere conocer el comportamiento de d en el eje x^- .



Orden singular en el eje x^-

Definición: Sea $d \in \mathcal{S}(\mathbb{R}^m)'$ y sea ρ función continua positiva. Si el límite

$$\lim_{s \rightarrow 0^+} \rho(s) s^{3m/4} d\left(sx^+; sx^\perp; x^-\right) = d_-(x)$$

existe en $\mathcal{S}(\mathbb{R}^m)'$ y es no nulo, entonces d_- es la **cuasi-asíntota** de d en el eje x^- , en relación a la función ρ .

Consecuencia: ρ es una función de automodelo:

$$\lim_{s \rightarrow 0^+} \frac{\rho(as)}{\rho(s)} = a^\alpha \quad , \quad \rho(s) = s^\alpha \rho_0(s) \quad ,$$

ρ_0 : función de variación lenta.

Definición: Si la cuasi-asíntota de $d \in \mathcal{S}(\mathbb{R}^m)'$ en el eje x^- se obtiene con la función de automodelo $\rho(s) = s^{\omega_-} \rho_0(s)$, entonces el número ω_- es el **orden singular en el eje x^-** de la distribución d .

El orden singular en el eje x^- determina el espacio de funciones de prueba sobre el que puede resolverse el problema de división de la distribución causal.

Distribución numérica retardada

Para $\omega_- < 0$: Distribución retardada definida sobre $\mathcal{S}(\mathbb{R}^m)$:

$$\hat{r}(p) = \frac{i}{2\pi} \int \frac{\hat{d}((p_{1+} - k; \mathbf{p}_1); \cdots; (p_{n-1+} - k; \mathbf{p}_{n-1}))}{k + i0^+} dk \equiv \frac{i}{2\pi} \int \frac{\hat{d}(p_+ - k; \mathbf{p})}{k + i0^+} dk.$$

Para $\omega_- \geq 0$: Distribución retardada definida sobre funciones de prueba del tipo $\varphi(x) = (x^+)^{b_1} (x^\perp)^{b_2} \tilde{\varphi}(x)$, $\tilde{\varphi}(x) \in \mathcal{S}(\mathbb{R}^m)$, $b_1 + b_2 = |b| = \omega_-$. Su extensión a todo $\mathcal{S}(\mathbb{R}^m)$ no es única (problema de normalización), sino que incluye distribuciones arbitrarias con soporte en el eje x^- :

$$\hat{r}_q(p) = \frac{i}{2\pi} \int \frac{dk}{k + i0^+} \left[\hat{d}(p_+ - k; \mathbf{p}) - \sum_{|c|=0}^{\lfloor \omega_- \rfloor} \frac{1}{c!} (p_{+, \alpha} - q_{+, \alpha})^c D_{+, \alpha}^c \hat{d}(q_+ - k; q_\perp; p_-) \right] \\ + \sum_{b=0}^{\lfloor \omega_- \rfloor} \hat{C}_b(p_-) p_+^{b_1} p_\alpha^{b_2} \quad , \quad |b| = b_1 + b_2.$$

Algunos teoremas

TPC y
campos en
interacción
en el frente
de luz

Introducción

Teoría de
perturba-
ción causal
en el plano
nuloModelo de
YukawaCampos en
interacción

Conclusiones

Referencias

Teorema: Si la distribución causal es covariante de Lorentz y su orden singular en el eje x^- es mayor o igual a su orden singular en el origen $x = 0$, entonces las condiciones de normalización de covariancia de Lorentz de la distribución retardada y preservación del orden singular pueden ser satisfechas simultáneamente.

Teorema: Los axiomas de Bogoliúbov–Medvedev–Polivanov para el operador de dispersión,

- I. invariancia de Lorentz,
- II. invariancia translacional,
- III. causalidad,
- IV. unitaridad,

poseen solución perturbativa en la forma dinámica del frente de luz, para los modelos en que las distribuciones causales son covariantes de Lorentz.

★ Estos teoremas no son directamente aplicables en el importante caso de las teorías de gauge. En tal caso es necesario reformularlos en función de la covariancia de la matriz física de dispersión (en otra oportunidad).

TPC y
campos en
interacción
en el frente
de luz

Introducción

Teoría de
perturba-
ción causal
en el plano
nulo

Modelo de
Yukawa

Campos en
interacción

Conclusiones

Referencias

- 1 Introducción
- 2 Teoría de perturbación causal en el plano nulo
- 3 Modelo de Yukawa

- 4 Campos en interacción
- 5 Conclusiones
- 6 Referencias

Autoenergía del fermión I

Modelo de Yukawa:

$$T_1(x) = :\bar{\psi}(x)\gamma^5\psi(x): \varphi(x) .$$

Distribución causal del segundo orden:

$$D_2(x_1; x_2) = [T_1(x_1); T_1(x_2)] .$$

Para la autoenergía del fermión:

$$D_2^{(\text{AEF})}(x_1; x_2) = :\bar{\psi}(x_1)d(y)\psi(x_2): - :\bar{\psi}(x_2)d(-y)\psi(x_1): , \quad y := x_1 - x_2 ,$$

$$d(y) = -\gamma^5 (S_+(y)D_+(y) - S_-(y)D_-(y)) \gamma^5 .$$

En el espacio de los impulsos:

$$\widehat{D}_{\pm}(p) = \pm \frac{i}{2\pi} \Theta(\pm p_-) \delta(p^2 - m^2) , \quad \widehat{S}_{\pm}(p) = (\not{p} + m) \widehat{D}_{\pm}(p) .$$

Luego:

$$\hat{d}(p) = \frac{1}{4(2\pi)^3} \left\{ m_1 p^2 - \frac{\not{p}}{2} [p^2 + (m_1^2 - m_2^2)] \right\} \hat{d}_1(p) ,$$

$$\hat{d}_1(p) = \text{sgn}(p_-) \Theta[p^2 - (m_1 + m_2)^2] \frac{1}{p^2} \sqrt{1 - \frac{2(m_1^2 + m_2^2)}{p^2} + \frac{(m_1^2 - m_2^2)^2}{p^4}}$$

Propagadores de Feynman no aparecen en el cálculo de distribuciones de *loop* (ausencia de polos espurios).

Autoenergía del fermión II

Fórmulas de división \Rightarrow Basta dividir $d_1, \omega_-[d_1] = -1 < 0$.

$$\begin{aligned}\hat{r}_1(p) &= \frac{i}{2\pi} \int \frac{dk}{k + i0^+} \hat{d}_1(p_+ - k; p_\perp; p_-) \\ &= \frac{i}{2\pi} \mathcal{J} + \frac{1}{2p^2} \text{sgn}(p_-) \Theta[p^2 - (m_1 + m_2)^2] \sqrt{1 - \frac{2(m_1^2 + m_2^2)}{p^2} + \frac{(m_1^2 - m_2^2)^2}{p^4}},\end{aligned}$$

$$\mathcal{J} = \text{PV} \int_{(m_1+m_2)^2}^{+\infty} \frac{ds}{s^2(p^2 - s)} \sqrt{[s - (m_1 + m_2)^2][s - (m_1 - m_2)^2]}.$$

Multiplicando por el polinomio factorizado para obtener r y substrayendo r' :

$$\begin{aligned}\widehat{\Sigma}(p) &= \frac{1}{4(2\pi)^4} \left(m_1 p^2 - \frac{\not{p}}{2} [p^2 + (m_1^2 - m_2^2)] \right) \\ &\times \left\{ \mathcal{J}(p) - i\pi \Theta[p^2 - (m_1 + m_2)^2] \frac{1}{p^2} \sqrt{1 - \frac{2(m_1^2 + m_2^2)}{p^2} + \frac{(m_1^2 - m_2^2)^2}{p^4}} \right\}.\end{aligned}$$

Autoenergía del fermión III

\mathcal{J} puede calcularse analíticamente:

(1) Para $p^2 \in] - \infty; (m_1 - m_2)^2[\cup](m_1 + m_2)^2; +\infty[$:

$$\mathcal{J} = \frac{p^2 - (m_1 - m_2)^2}{p^4} \left[\frac{b^2 - a^2}{a^2 - 1} + b \log \left(\left| \frac{1+b}{1-b} \right| \right) - \frac{a^2 + b^2}{2a} \log \left(\frac{a+1}{a-1} \right) \right] .$$

(2) Para $p^2 \in [(m_1 - m_2)^2; (m_1 + m_2)^2]$:

$$\begin{aligned} \mathcal{J} &= \frac{p^2 - (m_1 - m_2)^2}{p^4} \frac{(b^2 - a^2)^2}{2a(a^2 + b^2)^2} \\ &\times \left[(b^2 - a^2) \log \left(\frac{a+1}{a-1} \right) + 4ab \tan^{-1} \left(\frac{1}{b} \right) - \frac{2a(a^2 + b^2)}{a^2 - 1} \right] . \end{aligned}$$

En estas expresiones:

$$a = \frac{m_1 + m_2}{m_1 - m_2} > 1 \quad b = \sqrt{\left| \frac{p^2 - (m_1 + m_2)^2}{p^2 - (m_1 - m_2)^2} \right|} .$$

Finalmente, las distribuciones arbitrarias (normalización) son fijadas por la condición física de estabilidad del sector de una partícula.

Resultados adicionales

TPC y
campos en
interacción
en el frente
de luz

Introducción

Teoría de
perturba-
ción causal
en el plano
nuloModelo de
YukawaCampos en
interacción

Conclusiones

Referencias

Teorema: En el modelo de Yukawa en el frente de luz, el orden singular de todas las distribuciones causales en el eje x^- es igual a su orden singular en el origen $x = 0$. Además, todas las distribuciones causales son covariantes de Lorentz.

Corolario: El modelo de Yukawa en el frente de luz posee solución perturbativa que satisface a los axiomas de Bogoliúbov–Medvedev–Polivanov y a la preservación del orden singular.

En ausencia de las dificultades de regularización/prescripciones para tratar los polos espurios, la equivalencia con los resultados de la dinámica instantánea puede ser establecida de forma clara y directa.

- 1 Introducción
- 2 Teoría de perturbación causal en el plano nulo
- 3 Modelo de Yukawa

- 4 Campos en interacción
- 5 Conclusiones
- 6 Referencias

Variables dinámicas locales en interacción

Las correcciones, debido a la interacción, al monomio de Wick $B(x)$ construido con campos libres pueden obtenerse a partir del “operador de dispersión extendido”, $S(g; g_B)$, con término del primer orden

$$S_1(g; g_B) := \int d^4x (T_1(x)g(x) - iB(x)g_B(x)) .$$

La variable dinámica en interacción se obtiene según la

Fórmula de Stepanov–Bogoliúbov:

$$\mathbf{B}(x; g) := i S(g)^* \frac{\delta S(g; g_B)}{\delta g_B(x)} \Big|_{g_B=0} .$$

La construcción por teoría de perturbación causal es posible si se asume:

Axioma extendido de la causalidad: Para cualesquiera $g_j, g_k \in \{g; g_B\}$:

$$x \lesssim y \Rightarrow \frac{\delta}{\delta g_j(x)} \left(\frac{\delta S(g; g_B)}{\delta g_k(y)} S(g; g_B)^* \right) = 0 ;$$

$$x \gtrsim y \Rightarrow \frac{\delta}{\delta g_j(x)} \left(S(g; g_B)^* \frac{\delta S(g; g_B)}{\delta g_k(y)} \right) = 0 .$$

Propiedades de las variables dinámicas locales

Teorema (microcausalidad):

$$x \sim y \Rightarrow [\mathbf{B}(x; g); \mathbf{B}(y; g)]_{\mp} = 0 .$$

Se usa el conmutador si $\mathbf{B}(x; g)$ tiene carácter bosónico, el anticonmutador si fermiónico.

Teorema (operador autoadjunto):

$$\mathbf{B}(f; g)^* = \mathbf{B}(f; g) \quad ; \quad \mathbf{B}(f; g) := \int d^4x f(x) \mathbf{B}(x; g) .$$

Expresión perturbativa de la variable dinámica:

$$\mathbf{B}(x; g) = B(x) + \sum_{n \in \mathbb{N}} \frac{1}{n!} \int B_n(x; y_1; \dots; y_n) g(y_1) \cdots g(y_n) d^4y_1 \cdots d^4y_n ,$$

$$B_n(x; y_1; \dots; y_n) = A_{n+1}^B(y_1; \dots; y_n; x) .$$

El procedimiento inductivo de la teoría de perturbación causal permite hallar las distribuciones B_n sin el apareamiento de divergencias.

Ecuaciones del movimiento

Es posible demostrar que los campos y corrientes en interacción del modelo de Yukawa satisfacen a las ecuaciones

$$\begin{aligned}(\square + m_2^2)\Phi(x; g) &= -g(x) (\bar{\Psi}\Psi)(x; g) , \\(i\cancel{\partial} - m_1)\Psi(x; g) &= g(x) (\Psi\Phi)(x; g) , \\ \bar{\Psi}(x; g) \left(i\overleftarrow{\cancel{\partial}} + m_1\right) &= -g(x) (\bar{\Psi}\Phi)(x; g) ,\end{aligned}$$

si y solo si las distribuciones avanzadas y retardadas de los campos libres son normalizadas de forma que

$$(\square_x + m_2^2)D_{\text{av}}^{\text{ret}}(y - x) = \delta(y - x) \quad , \quad (i\cancel{\partial}_x - m_1)S_{\text{av}}^{\text{ret}}(x - y) = -\delta(x - y) .$$

Esta normalización **es posible** en la dinámica del frente de luz, y solo cuando ella es considerada se obtiene la equivalencia con la dinámica instantánea.

Construcción de las corrientes

Las corrientes son variables dinámicas locales definidas por su condición inicial y de ningún modo son iguales al simple producto de campos en interacción (cantidades indefinidas):

$$(\Psi\Phi)(x;g) \neq \Psi(x;g)\Phi(x;g) .$$

El lado izquierdo es construido por el procedimiento causal:

$$\begin{aligned} (\Psi\Phi)(x;g) = & \varphi(x)\psi(x) - \int S^{\text{ret}}(x-y)\psi(y) : \varphi(x)\varphi(y) : g(y)d^4y \\ & + \int D^{\text{ret}}(x-y) : \bar{\psi}(y)\psi(y)\psi(x) : g(y)d^4y - \int \Sigma_{\text{ret}}(x-y)\psi(y)g(y)d^4y + \mathcal{O}(g^2) . \end{aligned}$$

El lado derecho es la “cantidad” divergente

$$\begin{aligned} \Psi(x;g)\Phi(x;g) = & \varphi(x)\psi(x) - \int S^{\text{ret}}(x-y)\psi(y) : \varphi(x)\varphi(y) : g(y)d^4y \\ & + \int D^{\text{ret}}(x-y) : \bar{\psi}(y)\psi(y)\psi(x) : g(y)d^4y \\ & - i \int [S_-(x-y)D^{\text{av}}(y-x) - S^{\text{ret}}(x-y)D_+(x-y)] \psi(y)g(y)d^4y + \mathcal{O}(g^2) . \end{aligned}$$

Incluso los bien definidos campos en interacción no pueden ser multiplicados en el mismo punto, sino que todas las cantidades deben ser cuidadosamente construidas desde el inicio.

TPC y
campos en
interacción
en el frente
de luz

Introducción

Teoría de
perturba-
ción causal
en el plano
nulo

Modelo de
Yukawa

Campos en
interacción

Conclusiones

Referencias

- 1 Introducción
- 2 Teoría de perturbación causal en el plano nulo
- 3 Modelo de Yukawa

- 4 Campos en interacción
- 5 Conclusiones
- 6 Referencias

Conclusiones

TPC y
campos en
interacción
en el frente
de luz

Introducción

Teoría de
perturba-
ción causal
en el plano
nuloModelo de
YukawaCampos en
interacción

Conclusiones

Referencias

- 1 Existen cinco formas dinámicas de la relatividad especial. Sobre cada una de ellas se puede construir una teoría cuántica de campos.
- 2 La teoría cuántica de campos en la forma dinámica del frente de luz es ventajosa para resolver algunos problemas, pero enfrenta dificultades teóricas/ambigüedades en la formulación convencional.
- 3 Las ambigüedades desaparecen al utilizar las herramientas matemáticas adecuadas (teoría de distribuciones). Se desarrolló la teoría de perturbación causal para dicha forma dinámica y se estableció la existencia de soluciones a los axiomas de Bogoliúbov–Medvedev–Polivanov para una clase de modelos (Yukawa).
- 4 Las variables dinámicas (entre ellos los campos en interacción) pueden introducirse mediante la fórmula de Stepanov–Bogoliúbov.
- 5 Las variables dinámicas se definen por su valor libre y no son iguales al producto de los campos en interacción.
- 6 Las ecuaciones de campo en interacción *son* condiciones de normalización. Solo cuando ellas son adoptadas se obtiene la teoría equivalente a la dinámica instantánea.

TPC y
campos en
interacción
en el frente
de luz

Introducción

Teoría de
perturba-
ción causal
en el plano
nulo

Modelo de
Yukawa

Campos en
interacción

Conclusiones

Referencias

- 1 Introducción
- 2 Teoría de perturbación causal en el plano nulo
- 3 Modelo de Yukawa

- 4 Campos en interacción
- 5 Conclusiones
- 6 Referencias



N.N. Bogoliubov y D. Shirkov. *Introduction to the theory of Quantized Fields*. 3 ed., John Wiley & Sons - Interscience Publishers (1979).



H. Epstein y V. Glaser. *The role of locality in perturbation theory*. Ann. Inst. H. Poincaré A **19**: 211-295 (1973).



B.M. Stepanov. *On the problem of introduction of dynamic variables in the quantum theory of fields* (en ruso). Dokl. Akad. Nauk S.S.S.R. **100**: 889 (1955).



G. Scharf. *Finite Quantum Electrodynamics. The Causal Approach*. 3 ed., Dover (2014).



O.A. Acevedo, K.P. Gallo, B.M. Pimentel y G.E.R. Zambrano. *Campos clásicos no plano nulo*. Rev. Bras. Ens. Fís. **43**: e20210200 (2021).



O.A. Acevedo y B.M. Pimentel. *Null-plane causal perturbation theory*. Eur. Phys. J. Plus **137**: 287 (2022).



O.A. Acevedo y B.M. Pimentel. *Radiative corrections in the Yukawa model within the null-plane causal perturbation theory framework*. Phys. Rev. D **103**: 076022 (2021).



O.A. Acevedo y B.M. Pimentel. *Quantum electrodynamics in the null-plane causal perturbation theory*. Phys. Rev. D **106**: 016014 (2022).



O.A. Acevedo y B.M. Pimentel. *Quantum electrodynamics in the null-plane causal perturbation theory II*. Phys. Rev. D **106**: 096024 (2022).



O.A. Acevedo y B.M. Pimentel. *Causal Stepanov-Bogoliubov's interacting fields of light-front quantum electrodynamics*. Eur. Phys. J. C **85**: 977 (2025).