

Correlators of Wilson Loops in $\mathcal{N} = 4$ SYM with defect

XXXI Simposio Peruano de Física 2025

Diego Valerio¹ y Renato Sánchez²

Universidad Nacional del Callao¹, Universidad de Ingeniería y Tecnología²

18 de diciembre, 2025

- ① Introducción
- ② Teoría de gravedad
- ③ Teoría de campo conforme
- ④ Conclusiones

① Introducción

Wilson Loops

Defecto D3-D5

② Teoría de gravedad

③ Teoría de campo conforme

④ Conclusiones

1 Wilson Loops desde un punto de vista Holográfico

| 3

- ▶ Un **Wilson loop** es un operador gauge **no local**, asociado a la fase adquirida por una partícula al recorrer una curva.
- ▶ En $\mathcal{N} = 4$ SYM el contenido de campos incluye A_μ , fermiones de Weyl y **seis escalares** Φ^I .

Operador de Wilson Loop supersimétrico

$$W(C) := \frac{1}{N} \text{Tr} \mathcal{P} \exp \left[i \oint_C d\tau \left(A_\mu(\tau) \dot{x}^\mu(\tau) + \Phi^I(\tau) \dot{y}^I(\tau) \right) \right]. \quad (1)$$

- ▶ En el régimen planar ($N \rightarrow \infty$) y a acoplamiento fuerte ($\lambda \gg 1$), el valor de expectación de un Wilson loop se obtiene desde teoría de cuerdas en $AdS_5 \times S^5$.

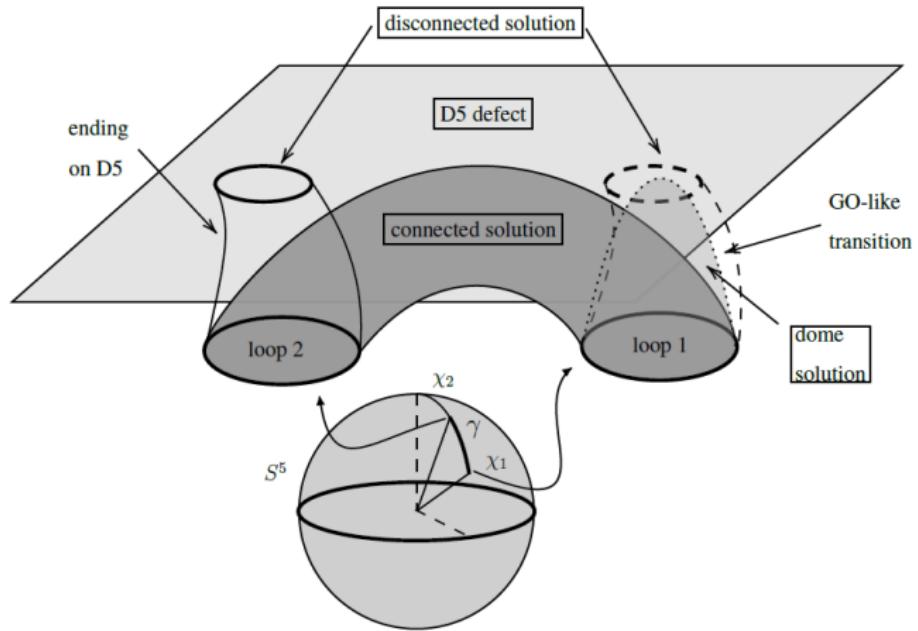
$$\langle W(C) \rangle = \int_{\partial\Sigma=C} \mathcal{D}X e^{-S[X]} \equiv Z_{\text{string}} \xrightarrow[\lambda \rightarrow \infty]{} \exp(-S_{\text{on-shell}}). \quad (2)$$

Acción de Nambu–Goto

$$S[X] := S_{\text{NG}} = \frac{\sqrt{\lambda}}{2\pi} \int_{\Sigma} d\tau d\sigma \sqrt{\det g_{ab}}, \quad g_{ab} = G_{MN} \partial_a Z^M \partial_b Z^N, \quad \sqrt{\lambda} = \frac{L^2}{\alpha'}. \quad (3)$$

1 Defecto D3-D5 en (AdS) y (CFT)

| 4



CFT

Codim-1 en $x_3 = 0$: $SU(N)$ para $x_3 > 0$ y $SU(N - k)$ para $x_3 < 0$.

AdS

Branas: N D3 intersectadas por una D5; la D5 induce una geometría $AdS_4 \times S^2$ dentro de $AdS_5 \times S^5$.

① Introducción

② Teoría de gravedad

Solución del área conectada

Transición de fase del área conectada

③ Teoría de campo conforme

④ Conclusiones

- Trabajamos en métrica euclídea de $AdS_5 \times S^5$ en coordenadas de Poincaré.

$$ds^2 = \frac{1}{y^2} \left(dt^2 + dy^2 + dr^2 + r^2 d\phi^2 + dx_3^2 \right) + d\theta^2 + \sin^2 \theta d\Omega_{(1)}^2 + \cos^2 \theta d\Omega_{(2)}^2, \quad (4)$$

$$d\Omega_{(i)}^2 = d\alpha_i^2 + \sin^2 \alpha_i d\beta_i^2 \quad (i = 1, 2). \quad (5)$$

Ansatz para la superficie mínima

$$y = y(\sigma), \quad r = r(\sigma), \quad \phi = \tau, \quad x_3 = x_3(\sigma), \quad \theta = \theta(\sigma). \quad (6)$$

- Se regulariza imponiendo la condición de corte en el borde, evaluamos la acción: $y(\sigma_c) = \epsilon$ y $y(\sigma) = \epsilon$.

$$S = \frac{\sqrt{\lambda}}{2\pi} \int_{\sigma_c}^{\sigma_f} d\sigma d\tau \frac{r^2(\sigma)}{y^2(\sigma)} = \sqrt{\lambda} \int_{\sigma_c}^{\sigma_f} d\sigma \frac{r^2(\sigma)}{y^2(\sigma)}. \quad (7)$$

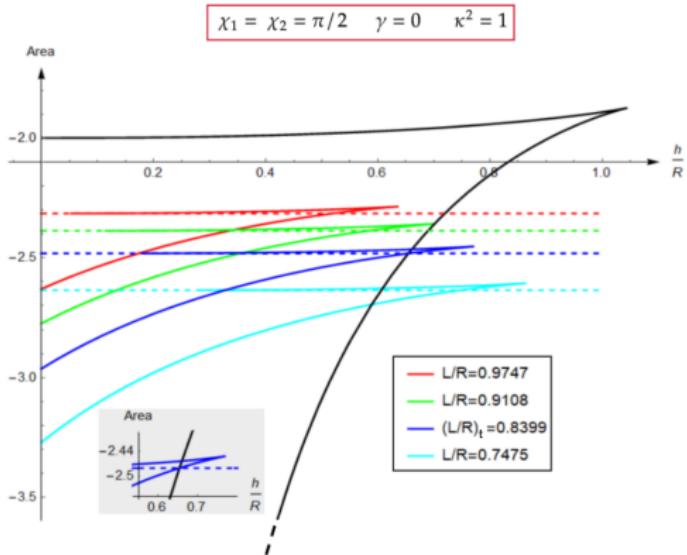
- Obtenemos la forma final de la acción:

$$\hat{S}_{\text{ren}} = \frac{2(K(m_b) - E(m_b))}{\sqrt{-m_b}}. \quad (8)$$

2 Transición para distintas distancias desde el defecto

| 7

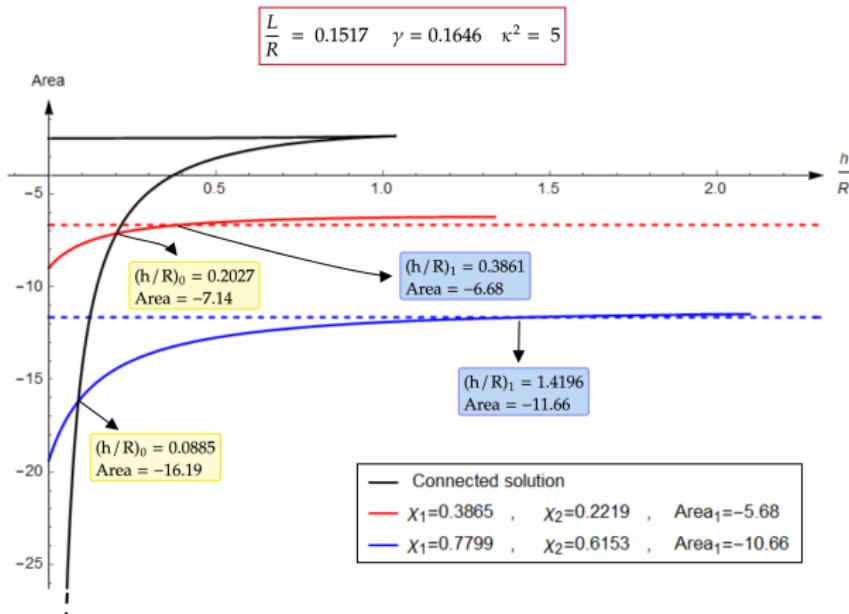
- ▶ Se fijan k^2 , χ_1 y χ_2 (en la figura: $\chi_1 = \chi_2 = \pi/2$, $\gamma = 0$, $k^2 = 1$) y se grafica el **área renormalizada** vs. h/R .
- ▶ Curvas **coloreadas**: configuraciones *attached–attached* (continuas) y *attached–dome* (punteadas).
- ▶ Curva **negra**: solución *conectada* entre los dos círculos.
- ▶ Para $L/R = (L/R)_t$ existe un valor de h/R donde ocurre la intersección relevante; la **línea azul punteada** marca el punto donde **tres configuraciones** tienen la misma área.



2 Transición para distintas fases de los ángulos internos

| 8

- ▶ Se grafica el área renormalizada en función de la distancia al defecto h/R para dos ángulos y $k^2 = 5$.
- ▶ Existe un **valor crítico** de h/R donde la solución conectada deja de dominar y ocurre la transición hacia la configuración dome.



① Introducción

② Teoría de gravedad

③ Teoría de campo conforme

Set-Up del correlador de Wilson

④ Conclusiones

3 Correlador de Wilson

| 10

- ▶ Al estudiar el correlador de Wilson Loop en un caso con defecto observamos que debemos construir las contribuciones de correlación parte por parte, lo que nos asegura que podemos hacer las correcciones necesarias.

$$W = \mathcal{P} \exp \left(\int_C d\alpha A(\alpha) \right), \quad A(\alpha) = i A_\mu \dot{x}^\mu(\alpha) - |\dot{x}(\alpha)| \Phi_I n^I(\alpha). \quad (9)$$

- ▶ Con la parametrización geométrica:

$$x^\mu(t_1) = (0, R \cos t_1, R \sin t_1, L), \quad n^i(t_1) = (0, 0, \sin \chi_1, 0, 0, \cos \chi_1)$$

$$x^\mu(t_2) = (0, R \cos t_2, -R \sin t_2, L+h), \quad n^i(t_2) = (0, 0, \sin \chi_2, 0, 0, \cos \chi_2)$$

- ▶ La expansión de acoplamiento débil del Wilson Loop dice.

$$\langle W \rangle \equiv \langle W \rangle_{\text{cl}} + \langle W \rangle_{\text{tadpole}} + \langle W \rangle_{\text{rainbow}} + \dots \quad (10)$$

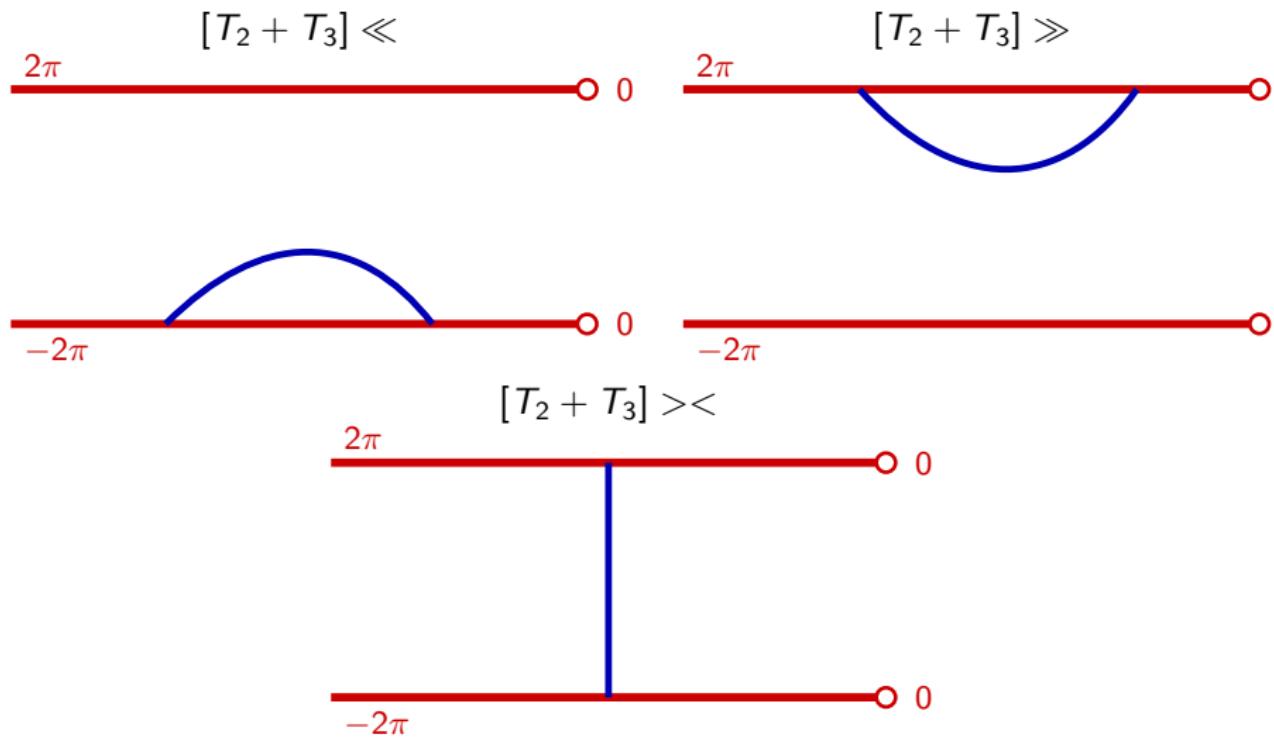
- ▶ Dentro de las soluciones rainbow, están todas las contribuciones relevantes en un caso con defecto.

$$\langle W \rangle_{\text{rainbow}} = \int_{-2\pi}^{2\pi} d\alpha \int_{\alpha}^{2\pi} d\beta \langle \text{Tr} \left[U^{\text{cl}}(-2\pi, \alpha) \tilde{A}(\alpha) U^{\text{cl}}(\alpha, \beta) \tilde{A}(\beta) U^{\text{cl}}(\beta, 2\pi) \right] \rangle \quad (11)$$

3 Rainbow/ladder: contribuciones y regímenes de $[T_2 + T_3]$

| 11

$$\langle W \rangle_{\text{rainbow}} = T_1 + T_2 + T_3 + T_4$$



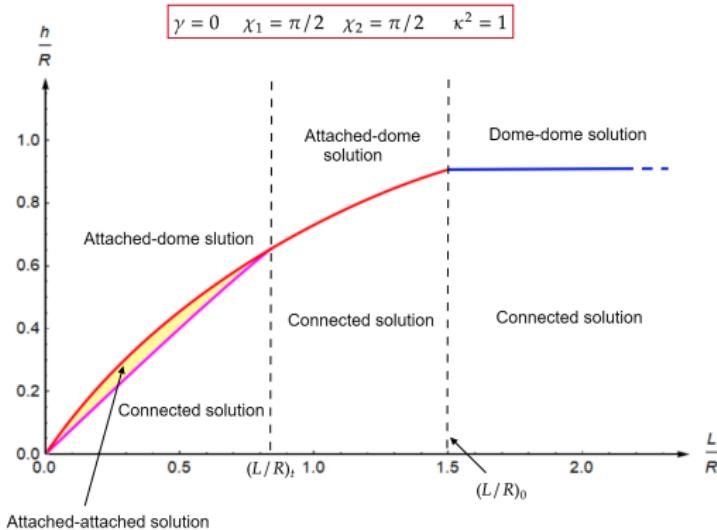
① Introducción

② Teoría de gravedad

③ Teoría de campo conforme

④ Conclusiones

- ▶ El defecto agrega una variedad rica en geometría, como observamos al variar los valores.
- ▶ Se puede encontrar relaciones entre las soluciones del correlador con la parte dual en cuerdas (A-A, D-A, D-D,...).
- ▶ Al encontrar el valor final del correlador de Wilson Loops podemos construir el potencial y comparar con los resultados de la acción de N-G.



-  D. Correa, J. Maldacena, and A. Sever, *The quark–antiquark potential and the cusp anomalous dimension from a TBA equation*, JHEP **08**, 134 (2012). [arXiv:1203.1913 \[hep-th\]](https://arxiv.org/abs/1203.1913).
-  D. Correa, V. I. Giraldo-Rivera, and G. A. Silva, *Ladder limit for correlators of Wilson loops*, JHEP **10**, 178 (2019). [arXiv:1906.00349 \[hep-th\]](https://arxiv.org/abs/1906.00349).
-  R. C. Sánchez, D. Correa, and G. A. Silva, *Wilson loop correlators in $\mathcal{N} = 4$ SYM with a defect*, JHEP **06**, 161 (2021). [arXiv:2103.05682 \[hep-th\]](https://arxiv.org/abs/2103.05682).
-  J. Erdmenger, C. Hoyos, A. O'Bannon, and J. Wu, *A holographic model of defect conformal field theory*, JHEP **01**, 026 (2020). [arXiv:1909.06318 \[hep-th\]](https://arxiv.org/abs/1909.06318).
-  M. Cooke, A. O'Bannon, and R. Rodríguez-Gómez, *The quark–antiquark potential in defect conformal field theory*, JHEP **11**, 133 (2020). [arXiv:2007.15125 \[hep-th\]](https://arxiv.org/abs/2007.15125).

