

Energy conserving scenarios in neutrino decoherence

Rodrigo Horna

Asesores: E. Massoni, A. Gago

December 18, 2025

Pontificia Universidad Católica del Perú

- Las oscilaciones requieren coherencia entre autoestados de masa; una interacción débil con un “entorno” puede degradarla.
- Enfoque *model-independent*: tratar al sistema de neutrinos como *sistema cuántico abierto*.
- Meta: clasificar **texturas de decoherencia no diagonales** que **conservan energía** y discutir efectos CP/CPT.

$$\frac{d\rho}{dt} = -i[H_S, \rho] + \mathcal{D}[\rho]$$
$$\mathcal{D}[\rho] = \frac{1}{2} \sum_{i,k=1}^{N^2-1} a_{ik} \left(2 t_i \rho t_k - t_i t_k \rho - \rho t_i t_k \right)$$

- a_{ik} (Kossakowski): hermítica y semidefinida positiva $\Rightarrow$ evolución completamente positiva.
- Para $N = 3$, trabajamos en la base $SU(3)$ (tipo Gell-Mann) $\Rightarrow$ aparece una matriz de decoherencia de dimensión 8×8 .

De la GKSL a una matriz de decoherencia D

$$\rho = \frac{1}{N} \mathbb{I} + \frac{1}{2} \sum_{r=1}^{N^2-1} \varrho_r t_r \quad \Rightarrow \quad \varrho \equiv (\varrho_0, \varrho_1, \dots, \varrho_{N^2-1})^T$$
$$\dot{\varrho}_r = (H_{rj} + D_{rj}) \varrho_j \equiv M_{rj} \varrho_j$$

- Se expande ρ en una base $SU(N)$ y se “vectoriza” en los coeficientes ϱ_r , obteniendo una ecuación lineal para ϱ .
- D_{rj} es la representación matricial del disipador $\mathcal{D}[\rho]$ en esta base (matriz de decoherencia).
- Restricciones estructurales:
 - preservación de traza $\Rightarrow$ la **primera fila** de D es nula ($\dot{\varrho}_0 = 0$),
 - Lindblad autoadjuntos $\Rightarrow$ la **primera columna** de D es nula y la matriz restante es **real y simétrica**,
 - completa positividad $\Rightarrow$ desigualdades de Cauchy–Schwarz entre entradas de D (heredadas de $a_{ik} \succeq 0$).

Condición de conservación de energía

$$\langle \hat{H} \rangle = \text{Tr}(\rho H) = \frac{1}{2} \rho_r h_r$$

$$\frac{d}{dt} \langle \hat{H} \rangle = 0 \quad \implies \quad \sum_{r,j} D_{rj} \rho_j h_r = 0$$

- Interpretación: solo las filas/columnas de D que “tocan” los generadores *diagonales* del Hamiltoniano pueden cambiar $\langle H \rangle$.
- En 3 sabores (SU(3)), esos índices clave son los asociados a t_3 y t_8 .

Benchmark: D diagonal con $D_{33} = D_{88} = 0$

Los únicos casos de conservación de la energía en la literatura toman una matriz de decoherencia *diagonal* en la base $SU(3)$, donde se impone

$$D_{33} = D_{88} = 0.$$

El escenario estándar es:

$$D_{\text{bench}} = \begin{pmatrix} -\Gamma_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\Gamma_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\Gamma_{45} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\Gamma_{45} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\Gamma_{67} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\Gamma_{67} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

- Aparentemente no se puede tomar $D_{33} = -\Gamma_3 \neq 0$ y/o $D_{88} = -\Gamma_8 \neq 0$.
- Porque para el subespacio diagonal, $\langle H \rangle(t) = h_3 \varrho_3(t) + h_8 \varrho_8(t)$ y

$$\varrho_3(t) = e^{-\Gamma_3 t} \varrho_3(0), \quad \varrho_8(t) = e^{-\Gamma_8 t} \varrho_8(0),$$

Resultado principal: D no diagonal que conserva energía (3 sabores)

Una matriz de decoherencia genérica (8×8) tiene diagonales $D_{ii} = -\gamma_i$ y entradas no diagonales $D_{ij} = \beta_{ij}$ ($i \neq j$). La conservación de energía en realidad impone las siguientes correlaciones entre las filas/columnas asociadas a t_3 y t_8 :

$$\begin{aligned}h_3 \beta_{31} &= -h_8 \beta_{81}, & h_3 \beta_{32} &= -h_8 \beta_{82}, \\h_3 \gamma_3 &= -h_8 \beta_{83}, & h_3 \beta_{34} &= -h_8 \beta_{84}, \\h_3 \beta_{35} &= -h_8 \beta_{85}, & h_3 \beta_{36} &= -h_8 \beta_{86}, \\h_3 \beta_{37} &= -h_8 \beta_{87}, & h_3 \beta_{38} &= -h_8 \gamma_8.\end{aligned}$$

Interpretación

- La decoherencia en el subespacio diagonal $SU(3)$ (t_3 y t_8) no es independiente: queda *forzosamente correlacionada* por h_3 y h_8 .
- En particular, activar γ_3 o γ_8 induce términos fuera de la diagonal (p.ej. β_{83} o β_{38}) para mantener $d\langle H \rangle / dt = 0$.

(Opcional) CP/CPT y fases de Majorana

- En las texturas que preservan energía, las entradas relevantes quedan correlacionadas, típicamente en pares (β_{i3}, β_{i8}) (con excepciones mínimas como β_{38}).
- La literatura ya clasifica qué Γ_{ij} generan CPV/CPTV y fases de Majorana; esa clasificación se traduce directamente a los nuevos escenarios no diagonales que conservan energía.

Table 1: Violación de CP, violación de CPT y fases de Majorana no nulas asociadas a cada escenario que conserva energía

Conservación de energía	CPV	CPTV	Fase de Majorana no nula
Γ_{38}	No	No	No
$\Gamma_{18} + \Gamma_{13}$	Sí	No	ϕ_1
$\Gamma_{28} + \Gamma_{23}$	Sí	Sí	ϕ_1
$\Gamma_{48} + \Gamma_{43}$	Sí	No	ϕ_2
$\Gamma_{58} + \Gamma_{53}$	Sí	Sí	ϕ_2
$\Gamma_{68} + \Gamma_{63}$	Sí	No	$\Delta\phi$
$\Gamma_{78} + \Gamma_{73}$	Sí	Sí	$\Delta\phi$

Conclusiones y próximos pasos

- En el formalismo GKSL, los efectos de decoherencia se codifican en una matriz efectiva D en la base $SU(3)$.
- La conservación/variación de $\langle H \rangle$ está controlada únicamente por las entradas de D asociadas a la **3ra y 8va fila/columna** (componentes t_3 y t_8).
- Exigir $d\langle H \rangle/dt = 0$ impone correlaciones entre esos sectores y conduce a matrices D **no necesariamente diagonales**.
- Siguiendo el siguiente paso: derivar las probabilidades de oscilación asociadas a estas texturas, confrontarlas con cotas experimentales, y sistematizar su impacto en observables CP/CPT.

Referencias

-  V. Gorini, A. Kossakowski, E. C. G. Sudarshan, *Completely positive dynamical semigroups of N-level systems*, J. Math. Phys. **17**, 821 (1976).
-  G. Lindblad, *On the generators of quantum dynamical semigroups*, Commun. Math. Phys. **48**, 119 (1976).
-  H.-P. Breuer, F. Petruccione, *The Theory of Open Quantum Systems*, Oxford Univ. Press (2002).
-  R. Alicki, K. Lendi, *Quantum Dynamical Semigroups and Applications*, LNP 286, Springer (1987).
-  F. Benatti, R. Floreanini, *Completely positive dynamics of quantum expectation values*, Phys. Rev. D **62**, 125009 (2000).
-  A. M. Gago et al., *A study on quantum decoherence phenomena with three generations of neutrinos*, arXiv:hep-ph/0208166.
-  V. D. Romeri et al., *Neutrino oscillation bounds on quantum decoherence*, JHEP **09**, 097 (2023).