

Análisis de la Sección Transversal y la Turbulencia Inducida por la Inestabilidad Magnetorrotacional en Toros de Acreción bajo Distintas Configuraciones de β

Jiro Fabián¹, Herny Alfaro¹, Johan Calla^{1*}, Ivan Apolaya^{1**}

¹Facultad de Ciencias Físicas, Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Perú

*jiro.fabian@unmsm.edu.pe, henry.alfaro1@unmsm.edu.pe, johan.calla@unmsm.edu.pe, ivan.apolaya@unmsm.edu.pe

Abstract

A numerical study of the temporal evolution of a magnetized accretion torus is presented. Using the FLASH code with Adaptive Mesh Refinement (AMR), Magnetohydrodynamic (MHD) simulations were performed to analyze the Magnetorotational Instability (MRI) under varying plasma- β configurations. The simulation employed the Paczyński-Wiita pseudo-Newtonian potential to model gravity and initialized the gas in adiabatic equilibrium. Results demonstrate that lower β configurations significantly accelerated the exponential magnetic energy growth consistent with the MRI linear phase, leading to earlier turbulent saturation. This suggests that the highly magnetized plasma regime facilitates a more rapid and efficient MRI growth mechanism. The formation of radial inflows and increased thermal energy confirm efficient angular momentum transport, validating the code's ability to reproduce complex accretion torus dynamics.

Crucially, reducing β resulted in higher turbulence levels, directly increasing mass dispersion. The derived vertical scale height (H), defined as the density-weighted standard deviation, increased over time, consistent with enhanced turbulent pressure. Furthermore, by implementing kurtosis as a statistical diagnostic of the vertical density distribution, a broadening of mass profiles was identified, manifesting as increased kurtosis and clearly correlating enhanced MRI-driven turbulence with torus thickening.

Keywords: accretion tori; magnetohydrodynamics; magnetorotational instability; plasma-beta parameter; kurtosis; vertical scale height; numerical simulations

Introducción

El transporte de momento angular es esencial para la acreción de materia en objetos compactos. Este proceso está impulsado por la Inestabilidad Magnetorrotacional (MRI), que genera turbulencia MHD.

La eficiencia de la MRI y la dispersión vertical de masa dependen de la magnetización inicial, cuantificada por el parámetro $\beta = P_{\text{gas}}/P_{\text{mag}}$.

Este estudio numérico, realizado con el código FLASH, analiza la influencia de β en la dinámica del toro.

Empleamos la Altura de Escala (H) y la Kurtosis como herramientas estadísticas para diagnosticar la dispersión de masa inducida por la turbulencia.

Configuración Numérica

– Código FLASH (Problema 35.2.3: Magnetized Accretion Torus) en coordenadas cilíndricas (r, z) con simetría azimutal.

– Potencial gravitatorio pseudo-newtoniano de Paczyński-Wiita:

$$\Phi(R) = -\frac{1}{R-1}, \quad R = \sqrt{r^2 + z^2}.$$

– Toro inicial en equilibrio adiabático.

– Campo magnético poloidal vía potencial vectorial: $A_\phi \propto \max(\rho)$. Intensidad controlada por β .

– Condiciones de frontera: outflow ($\partial u/\partial n = 0$).

Altura de Escala $H(t)$

– Perfil de densidad vertical efectiva $\langle \rho \rangle(z, t)$ promediado radialmente.

– $H(t)$ = desviación estándar ponderada por densidad:

$$H(t) = \sqrt{\frac{\sum_i (z_i - z_0)^2 \rho_i \Delta z_i}{\sum_i \rho_i \Delta z_i}}.$$

Diagnóstico de Turbulencia

– Comparación del perfil $P(z, t)$ con una distribución Gaussiana.

– Aplicación de la Kurtosis al perfil vertical para cuantificar extensión de colas y mezcla vertical.

– Valores altos de Kurtosis indican mayor dispersión de masa con menor β .

Conclusiones

El régimen de plasma altamente magnetizado (bajo β) facilita un crecimiento más rápido y eficiente de la MRI.

La turbulencia MHD impulsada por MRI engrosa el toro de acreción, con mayor dispersión vertical de masa en configuraciones fuertemente magnetizadas.

Herramientas estadísticas como $H(t)$ y Kurtosis son efectivas para cuantificar la dinámica turbulenta y validar modelos numéricos.

Los resultados validan el código FLASH para estudiar dinámicas complejas en objetos compactos.

Referencias

- FLASH Center for Computational Science. (2024). FLASH User's Guide, Version 4.x. University of Rochester.
- Spruit, H. C. (2010). Accretion Disks. Max-Planck-Institut für Astrophysik.
- Mishra, B., Fragile, P. C., et al. (2020). Dependence of the turbulent transport on plasma β in magnetized accretion disks.

Objetivos

Validar la dinámica del modelo: reproducir la MRI y la eficiencia del transporte de momento angular.

Cuantificar el engrosamiento del toro mediante la evolución temporal de la Altura de Escala $H(t)$.

Caracterizar la dispersión vertical de masa y la desviación del equilibrio hidrostático utilizando la Kurtosis.

Metodología

Resultados

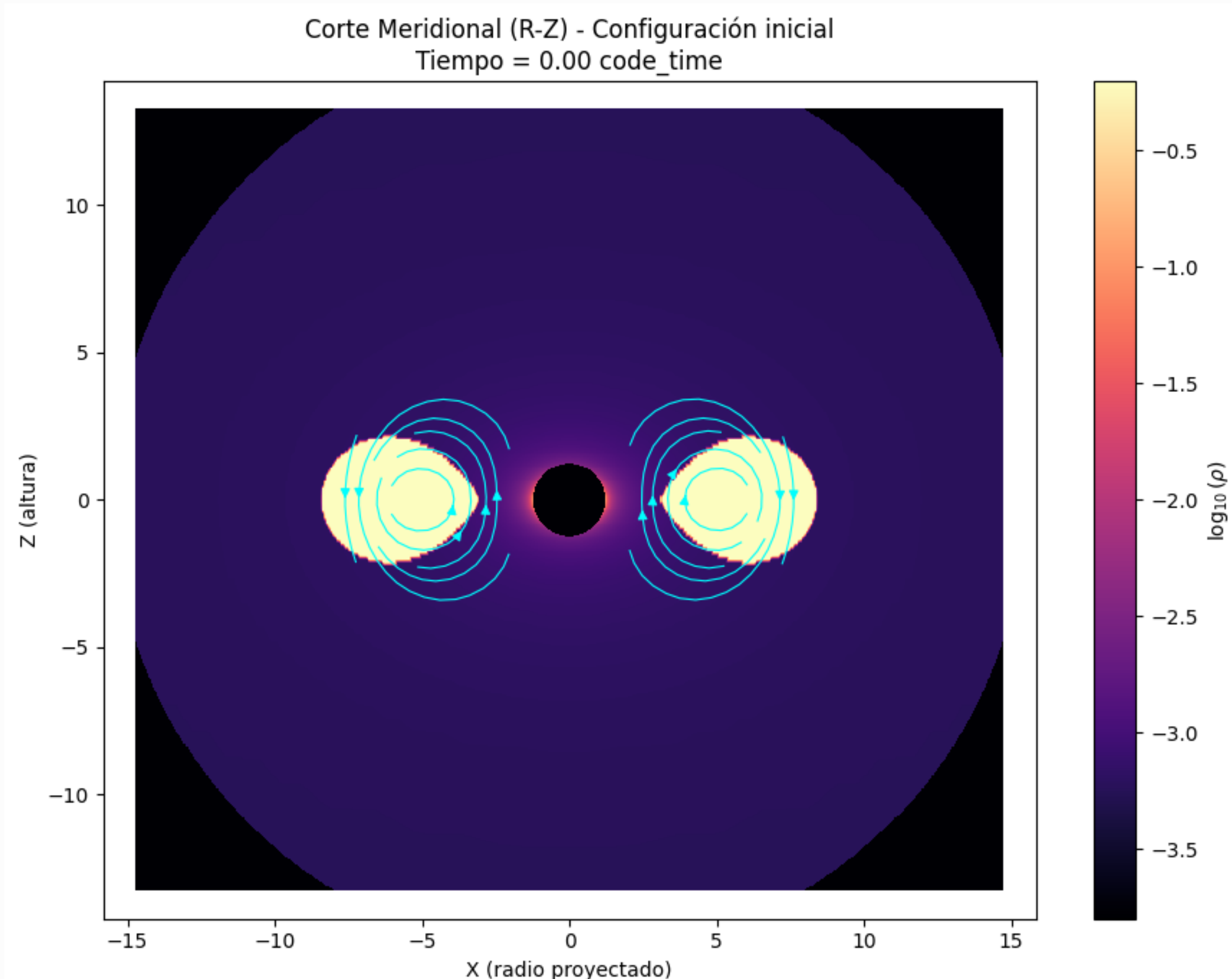


Figure 1: Corte meridional (R-Z) del toro de acreción en el instante inicial ($t = 0$), mostrando la distribución inicial de densidad y campo magnético poloidal.

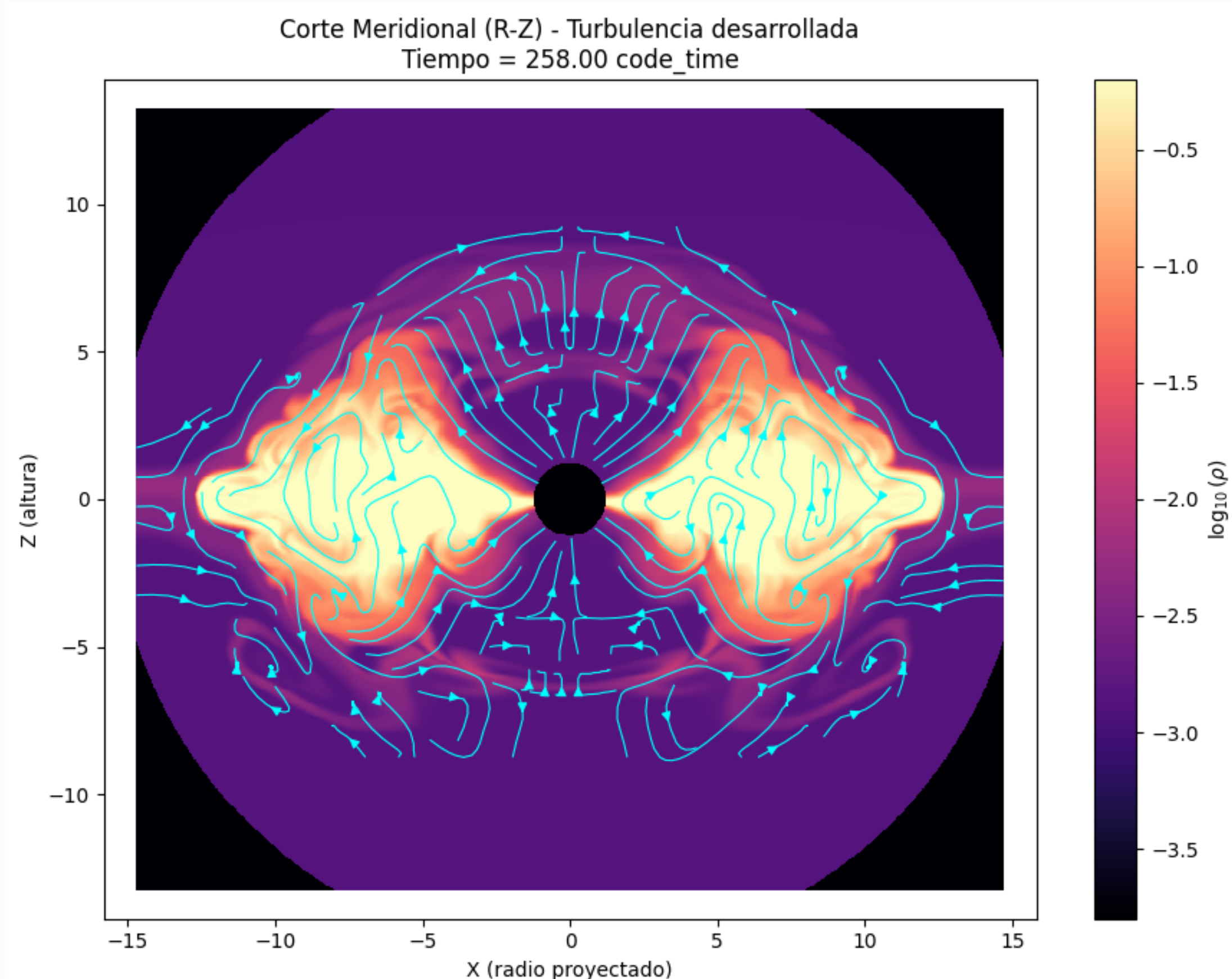


Figure 2: Corte meridional (R-Z) al final de la simulación, evidenciando engrosamiento del toro y desarrollo de turbulencia MRI.

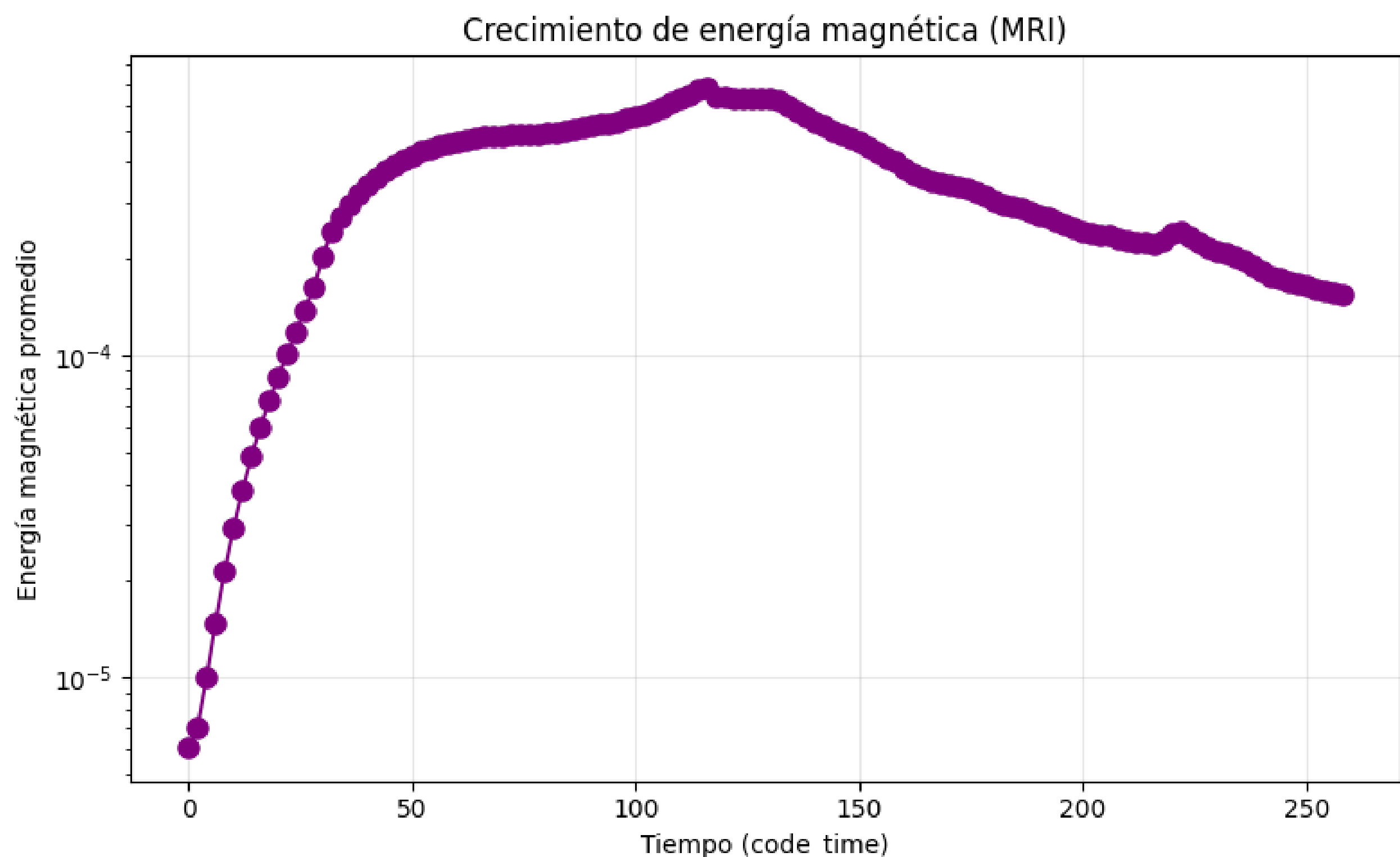


Figure 3: Evolución temporal de la energía magnética total normalizada en el toro de acreción para un régimen de bajo β . Se identifica claramente la fase de crecimiento exponencial (fase lineal de la MRI), seguida de saturación turbulenta alrededor de $t \approx 100$ code time, y un posterior decaimiento gradual. Este comportamiento confirma la amplificación eficiente del campo magnético por la inestabilidad magnetorrotacional y el transporte de momento angular asociado.

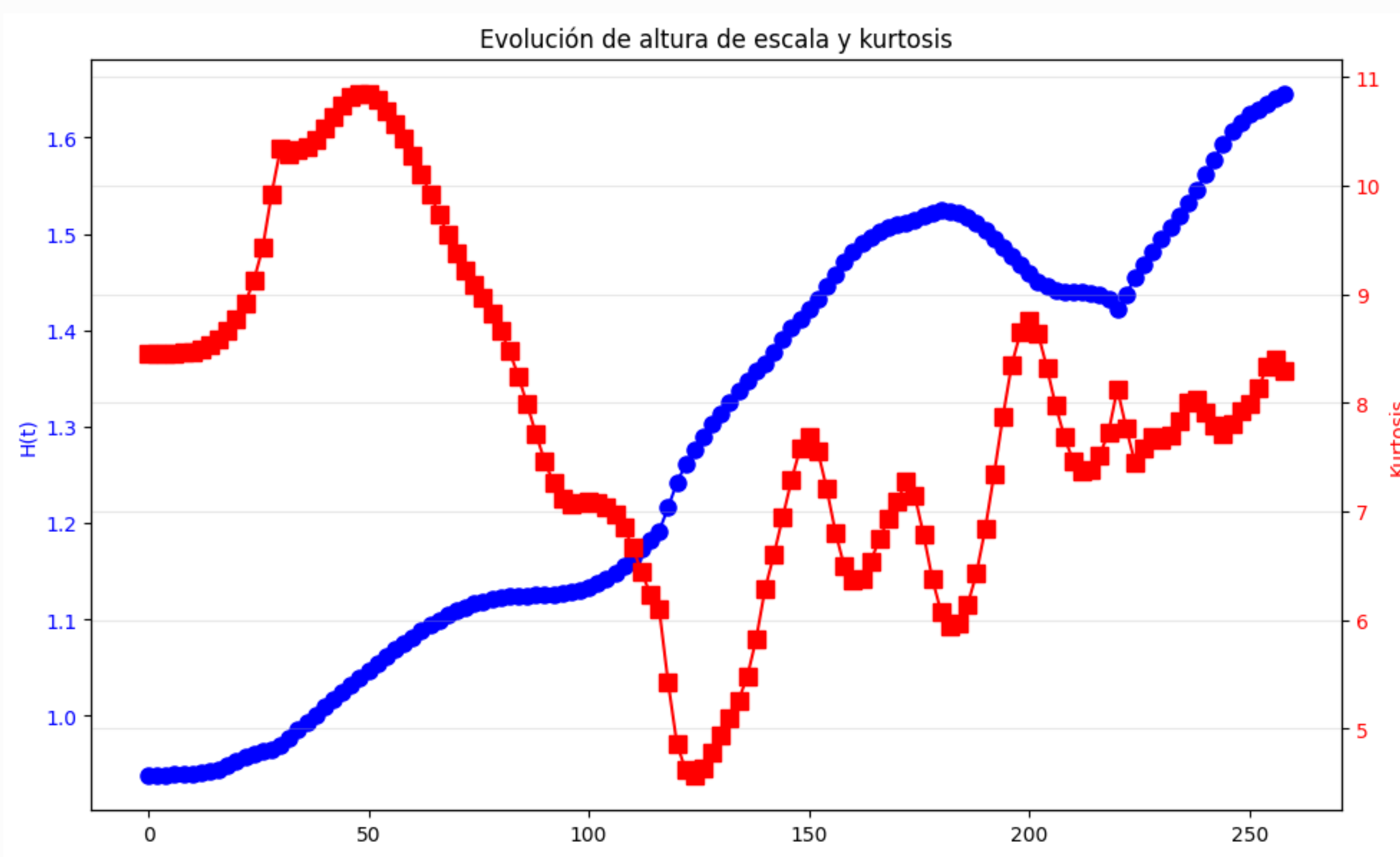


Figure 4: Evolución temporal de la altura de escala vertical $H(t)$ (línea azul, eje izquierdo) y kurtosis del perfil de densidad vertical (línea roja, eje derecho) en la simulación con bajo β . Se observa un incremento sostenido de $H(t)$, indicando engrosamiento progresivo del toro, junto con valores de kurtosis elevados y fluctuantes, característicos de una distribución con colas pesadas debido a la mezcla turbulenta inducida por la MRI.

Agradecimientos

Los autores expresan su gratitud a Ivan Apolaya por su valiosa supervisión, guía técnica y discusiones fundamentales para este trabajo. Asimismo, agradecemos sinceramente a la IEEE Nuclear and Plasma Sciences Society (NPSS) por el apoyo brindado y por hacer posible la realización de este proyecto.