XXXI Simposio Peruano de Física 2025

PINNs para la Determinación del Coeficiente de Difusividad Térmica del Cobre en Geometrías Simples

Arnold S. Aguirre† & Renzo A. Loayza†

†Sección Física, Pontificia Universidad Católica del Perú

Objetivos

Estimar el coeficiente de difusividad térmica del cobre, α, a partir de datos experimentales de temperatura en el tiempo, formulando el problema como un **problema inverso** gobernado por la ecuación de difusión de Fourier.

Implementar **Physics-Informed Neural Networks (PINNs)** para inferir simultáneamente $T(\mathbf{x}, t)$ y el parámetro oculto α, incorporando restricciones físicas en la función de pérdida.

Evaluar el desempeño en dos geometrías simples: (i) varilla delgada (1D) y (ii) lámina rectangular (2D), y comparar con un valor de referencia reportado para $T < 100\,°\mathrm{C}$.

Resumen y Motivación

La estimación precisa del coeficiente de difusividad térmica en metales es esencial para modelar procesos de transferencia de calor y calibrar modelos térmicos de ingeniería. Este trabajo aborda la identificación de α en cobre a partir de mediciones discretas de temperatura en el tiempo usando **PINNs**, un marco de aprendizaje automático que integra datos y ecuaciones diferenciales en un único esquema de entrenamiento [1, 2]. Se analizan dos configuraciones experimentales con sensores DS18B20 y un sistema de adquisición basado en ESP32: una varilla (1D) y una lámina (2D). La PINN se entrena con los datos experimentales para reconstruir $T(\mathbf{x}, t)$ y estimar α como variable entrenable. Se obtienen valores promedio $\langle\alpha\rangle = 1.08\,\mathrm{cm}^2/\mathrm{s}$ (varilla) y $\langle\alpha\rangle = 1.065\,\mathrm{cm}^2/\mathrm{s}$ (lámina), con errores relativos $\approx 6.1\%$ y 7.0% frente al valor de referencia $\alpha_{\mathrm{ref}} = 1.15\,\mathrm{cm}^2/\mathrm{s}$.

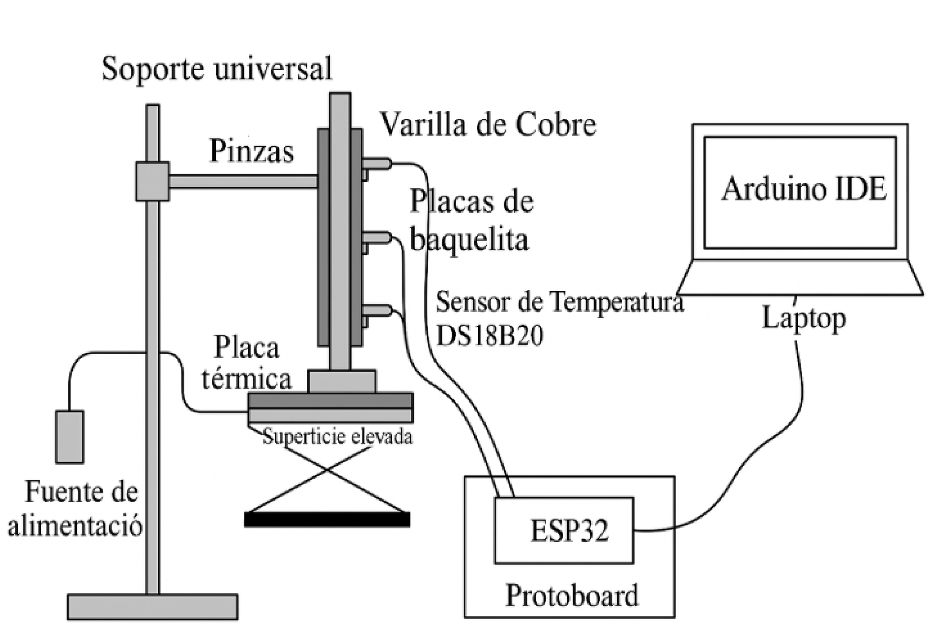

Figure 1: Arreglo experimental y adquisición de datos (ESP32 + sensores DS18B20).

Desarrollo Experimental

Geometrías y medición. Se registró la temperatura $T(t)$ en tres puntos igualmente espaciados:

Varilla: longitud $0.07\,\mathrm{m}$.

Lámina: $0.07\,\mathrm{m} \times 0.029\,\mathrm{m}$.

Posiciones: $0.015\,\mathrm{m}$, $0.035\,\mathrm{m}$, $0.055\,\mathrm{m}$.

Montaje. El sistema consta de un ESP32 conectado a protoboard controlando tres sensores DS18B20. La lámina se recubrió con baquelita para favorecer el aislamiento térmico. La muestra se pone en contacto con una placa térmica calentada hasta $\sim 78\,°\mathrm{C}$, usando pasta térmica en sensores y zona de contacto para mejorar la conducción.

Interpretación física. En el régimen de conducción dominante (sin convección apreciable), se modela la evolución térmica mediante difusión. En este marco, α sintetiza la respuesta térmica efectiva del sistema bajo la configuración experimental considerada.

Arquitectura y Entrenamiento

Arquitectura. Se emplearon redes densas con activación `tanh`.

Varilla (1D): 4 bloques, 128 neuronas de salida por bloque, 1500 épocas.

Lámina (2D): 10 bloques, 137 neuronas de salida por bloque, 3500 épocas.

Promedio temporal de α. Para reportar un valor representativo:

$$\langle\alpha\rangle = \frac{1}{|\Omega|\, t_f} \int_0^{t_f} \int_\Omega \alpha(\mathbf{x}, t)\, d\mathbf{x}\, dt, \qquad (5)$$

y se presenta el promedio temporal sobre el dominio espacial (tal como en las curvas mostradas en el póster base).

Comentario metodológico. En PINNs, la consistencia física se impone vía (1)–(3). Este mecanismo mitiga la sensibilidad típica de problemas inversos y favorece soluciones físicamente admisibles [1, 2].

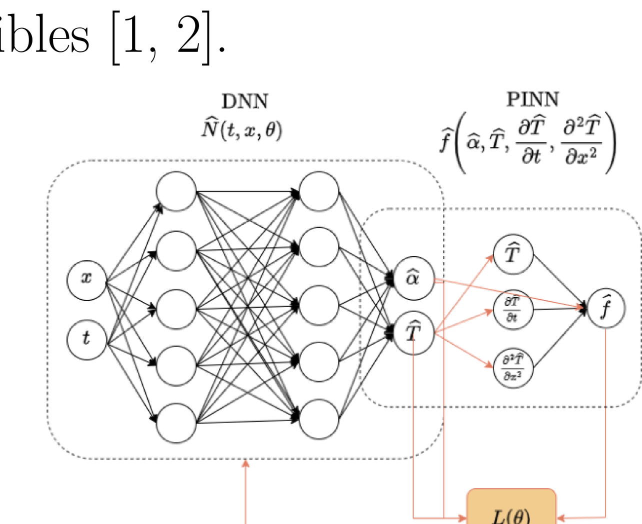

Figure 2: Esquema conceptual de la PINN para (a) predicción de $\hat{T}$ y (b) estimación de α como variable oculta.

Formulación

Se adopta la ecuación de difusión térmica (Fourier):

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha\, \Delta T, \qquad (\mathbf{x}, t) \in \Omega \times (0, t_f). \qquad (1)$$

con condición inicial y de frontera:

$$T(\mathbf{x}, 0) = T_0(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in \Omega, \qquad T(\mathbf{x}, t) = \bar{T}(\mathbf{x}, t), \ \mathbf{x} \in \partial\Omega. \qquad (2)$$

PINN. Se aproxima $T(\mathbf{x}, t) \approx \hat{T}_\theta(\mathbf{x}, t)$ con una red neuronal de parámetros θ; en el problema inverso se introduce además α como parámetro entrenable $\alpha \in \mathbb{R}_+$, optimizado conjuntamente.

Residuo físico. Definimos:

$$\mathcal{R}_\theta(\mathbf{x}, t) = \frac{\partial \hat{T}_\theta}{\partial t} - \alpha\, \Delta \hat{T}_\theta. \qquad (3)$$

Pérdida (forward). Para α fijo:

$$\mathcal{L}(\theta) = \lambda_d\, \mathrm{MSE}_d\big(\hat{T}_\theta, T^{\mathrm{data}}\big) + \lambda_f\, \mathrm{MSE}_f(\mathcal{R}_\theta) + \lambda_b\, \mathrm{MSE}_b(\mathrm{IC/BC}). \qquad (4)$$

Pérdida (inverse). Para estimar α: $\min_{\theta,\alpha}\ \mathcal{L}(\theta, \alpha)$, con $\mathcal{R}_\theta$ dado por (3). Este enfoque integra datos y física como regularización estructural del problema inverso [1, 2].

Resultados

Se reporta la evolución del promedio temporal de α sobre el dominio espacial, evidenciando convergencia hacia un valor estable en ambas geometrías.

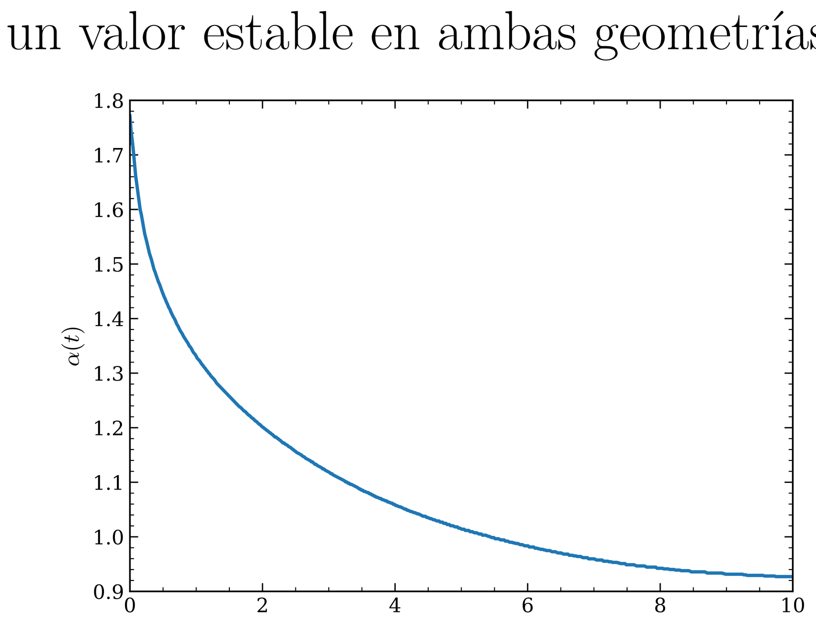

Figure 3: Promedio temporal de α (varilla 1D).

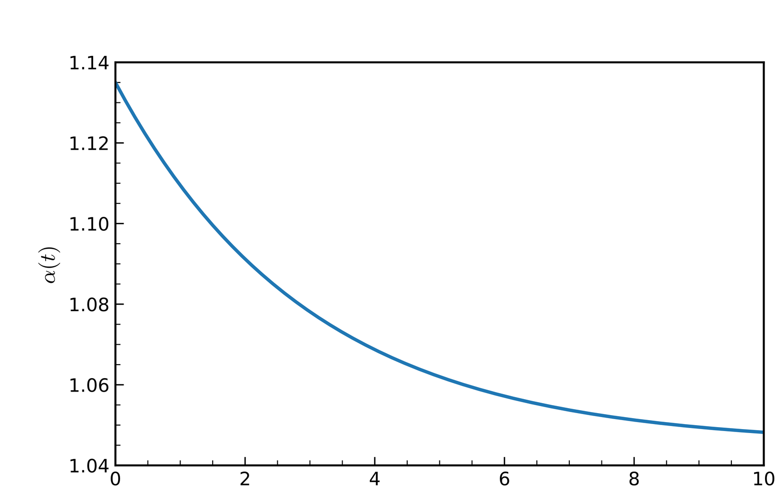

Figure 4: Promedio temporal de α (lámina 2D).

Los valores obtenidos presentan discrepancias moderadas ($\sim$6–7%), plausibles dada la incertidumbre instrumental, condiciones de contacto térmico y aproximaciones del modelo (p.ej., idealización de condiciones de frontera).

Conclusiones

Se formuló la determinación de α como un **problema inverso** gobernado por la ecuación de difusión (1), y se resolvió mediante PINNs optimizando conjuntamente (θ, α).

En dos configuraciones experimentales con cobre (1D y 2D), la PINN identificó $\langle\alpha\rangle$ con errores relativos de 6.1% y 7.0% respecto del valor de referencia para $T < 100\,°\mathrm{C}$.

La incorporación explícita de la física en la pérdida (1) mejora la consistencia del ajuste e impone soluciones físicamente admisibles, alineándose con la literatura de alto impacto sobre PINNs y aprendizaje informado por física [1, 2].

Trabajo futuro. Extender el enfoque a (i) geometrías 3D, (ii) condiciones de frontera más realistas (mixtas) y (iii) cuantificación explícita de incertidumbre en α a partir de ruido experimental.

Referencias

[1] M. Raissi, P. Perdikaris, and G. E. Karniadakis, "Physics-informed neural networks: A deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations," *Journal of Computational Physics* **378**, 686–707 (2019).

[2] G. E. Karniadakis *et al.*, "Physics-informed machine learning," *Nature Reviews Physics* **3**, 422–440 (2021).

[3] G. Daurelio, M. Dell'Erba, and L. Cento, "Cutting copper sheets by CO_2 laser (Long thought uncuttable on a practical basis, copper has surrendered to the CO_2 laser)," *Lasers & Applications* **5**, 59–64 (1986).

AIP Artificial Intelligence for Physics