Traversable wormholes, linearized perturbations of BTZ metrics and ANEC violation

J. Bonifacio[1, *], C. Rivera[1 2], T.Vargas[1]

[1]Grupo de Física Teórica, Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Lima, Perú

[2]Universidad de Ingeniería y Tecnología UTEC, Barranco, Perú

[*] *11130069@unmsm.edu.pe*

Abstract

In this work, we investigate various BTZ spacetimes [1] affected by linearized spherically symmetric perturbations of the metric analyzing the effects in the causal structure. In particular, we found that null rays can reach disconnected causal regions in the original background if there exists a violation of the averaged null energy condition (ANEC), generating a traversable wormhole [2]. The traversability of such wormholes is supported by recent ideas constructed in the context of the AdS/CFT Correspondence [3]. Both causal inconsistencies (closed time-like curves, time-traveling, warp drives, etc.) and exotic matter are absent in this specific setup

Introducción

Los agujeros de gusano han sido fuente de fascinación durante mucho tiempo. Especialmente cuando estos se usan para elucubrar posibles viajes espaciales a lugares distantes en el universo (mediante atajos espacio-temporales) o hacia otros universos. Sin embargo, los agujeros de gusano atravesables en la gravedad clásica de Einstein-Hilbert, acoplado a materia que satisface la Condición de Energía Nula (Null Energy Condition (NEC)), están prohibidos debido a sus propiedades físicas irrealizables.

En el presente trabajo, se estudian agujeros de gusano atravesables en gravedad semiclásica afectada por campos cuánticos. Estos agujeros de gusano conectan dos regiones que son asintóticamente anti-de Sitter en tres dimensiones (AdS_3), pero están desconectadas en the bulk spacetime. También se encuentra que al activar un acoplamiento por un intervalo de tiempo breve, a partir de un $t = t_0$, geodésicas nulas que parten de una frontera en el pasado lejano atraviesan el agujero de gusano y llegan a la otra frontera en un tiempo finito.

Condiciones de energía en gravedad clásica

- La ecuación de campo de Einstein,

$$G_{uv} = R_{uv} - \frac{1}{2}Rg_{uv} = \frac{8\pi G}{c^4}T_{uv} \tag{1}$$

contiene implícitamente una ambiguedad: una elección arbitraria de la métrica en el lado izquierdo de la ecuación (1) solucionaría la ecuación de Einstein para un tensor de energía momento arbitrario que no necesariamente se corresponda con la materia ordinaria que observamos en nuestro universo (o que se le pueda asociar algún sentido físico).

Lo contrario también no está del todo claro: una configuración de materia arbitraria que podría ser razonable (T_{uv}) puede determinar una geometría que no tenga una interpretación como tal.

Si se quiere considerar una teoría física de gravedad:

Ecuación de Einstein + condiciones de energía

Posiblemente, una de las más importantes condiciones de energía es la llamada Condición de Energía Nula (Null Energy Condition(NEC)):

$$T_{\lambda\lambda} = T_{\mu\nu}k^\mu k^\nu d\lambda \geq 0 \tag{2}$$

Condiciones de energía en gravedad semiclásica

Average Null Energy Condition (ANEC)

Establece que el tensor energía momento integrado a lo largo de una geodésica nula completa es siempre una cantidad positiva.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} T_{\mu\nu}k^\mu k^\nu d\lambda \geq 0 \tag{3}$$

ANEC se ha probado en curvas nulas acronales. Las geodésicas nulas en Minkowski y Anti-de Sitter son acronales, por lo tanto, en estos fondos no se viola ANEC y en consecuencia no hay agujeros de gusano atravesables.

Geometría de BTZ estático

Se obtiene de realizar una identificación sobre una órbita de killing de AdS_3 global

Métrica de BTZ en coordenadas de Kruskal

$$ds^2 = \frac{1}{(1+UV)^2}\left(-4l^2 dUdV + r_+^2(1-UV)^2 d\phi^2\right) \tag{4}$$

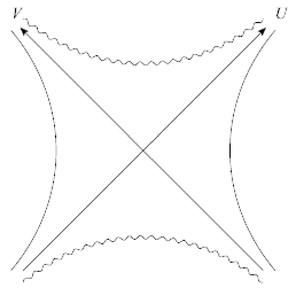

Figure 1: Diagrama en coordenadas Kruskal del agujero negro eterno BTZ

Activando un acoplamiento entre la frontera derecha e izquierda del agujero negro BTZ,

$$\delta S = \int dtdx h(t,x)O_R(t,x)O_l(-t,x) \tag{5}$$

se produce un backreaction (cambio en la geometría) en el bulk debido a que la deformación indicada en la ecuación (5) tiene como dual en el bulk una perturbación esféricamente simétrica $(h_{\mu\nu})$. En coordenadas de Kruskal (U,V)

$$ds^2 = h_{UU}dU^2 + 2\left(-\frac{2l^2}{(1+UV)^2} + h_{UV}\right)dUdV + 2h_{U\phi}dUd\phi + h_{VV}dV^2 + 2h_{V\phi}dVd\phi + \left(\frac{r_+^2(1-UV)^2}{(1+UV)^2} + h_{\phi\phi}\right)d\phi^2$$

La backreated geometry es expresada como $\tilde{g}_{\mu\nu} = g_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}$.

Luego modificando las ecuaciones de Einstein a nivel linealizado en la componente UU se obtiene:

$$\frac{1}{2}\left[l^{-2}(h_{UU} + \partial_U(Uh_{UU})) - r_+^{-2}\partial_U^2 h_{\phi\phi}\right] = 8\pi G_N \langle T_{UU}\rangle$$

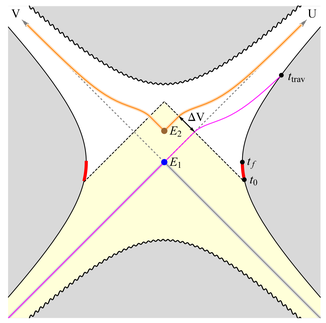

Figure 2: La perturbación se "enciende" durante un tiempo finito, de tal manera que se inyecta energía negativa en el bulk

La abertura de la "garganta" is ΔV:

$$\Delta V(U) = -(2g_{UV}(V=0))^{-1}\int_{-\infty}^{U} h_{UU}dU$$

Ya que $g_{UV}(V=0) < 0$ y $\Delta V(U) < 0$, la integral $\int_{-\infty}^{U} h_{UU}dU$ necesita ser negativa de manera que se obtenga un agujero de gusano atravesable.

De la ecuación de Einstein linealizada, el último requerimiento no es más que el de violar explícitamente la condición de energía nula,

$$\boxed{\int T_{UU}dU \sim \int_{-\infty}^{U} h_{UU}dU \quad \rightarrow \int T_{UU}dU < 0}$$

Cálculo de $\int T_{UU}dU$

$$T_{\mu\nu} = \partial_\mu\varphi\partial_\nu\varphi - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}g^{\rho\sigma}\partial_\rho\varphi\partial_\sigma\varphi - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}M^2\varphi^2$$

Usando la técnica del point splitting,

$$\langle T_{\mu\nu}\rangle = \lim_{x\to x'}\partial_\mu\partial'_\nu G(x,x') - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}g^{\rho\sigma}\partial_\rho\partial'_\sigma G(x,x') - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}M^2G(x,x')$$

$$\rightarrow T_{UU} = \lim_{U'\to U}\partial_U\partial_{U'}(G(U',U))$$

Usando G_h en lugar de $G(U,U')$,

$$\begin{aligned} G_h =& C_0\left(\frac{2\pi}{\beta}\right)^{2\Delta-2} r_h\int\frac{dU_1}{U_1}d\phi_1 h(U_1,\phi_1) \\ & \left(\frac{1+UV}{U/U_1 - VU_1 - (1-UV)\cosh r_h(\phi-\phi_1)}\right)^{\Delta} \\ & \times\left(\frac{1+U'V'}{U'U_1 - V'/U_1 + (1-U'V')\cosh r_h(\phi'-\phi_1)}\right)^{\Delta} \\ & + (U,V,\phi\leftrightarrow U'V',\phi') \end{aligned}$$

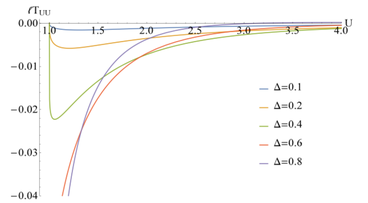

Figure 3: Se muestra que la energía nula es negativa a lo largo del horizonte para $U = U_0 = 1$. Además se muestra el resultado para distintas elecciones de $\Delta < 1$.

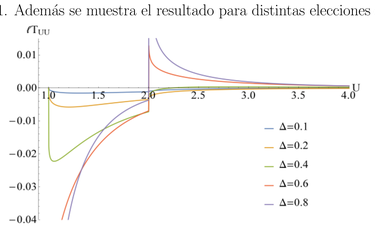

Figure 4: En esta gráfica la perturbación se apaga en $U = U_f = 2$. Además se muestra el resultado para distintas elecciones de $\Delta < 1$.

Conclusiones

- Esta configuración es la primera realización consistente de un agujero de gusano atravesable en gravedad cuántica.
- El procedimiento descrito se puede aplicar para construir otros agujeros de gusano atravesables en diferentes fondos (BTZ cargado (trabajo en progreso), agujeros negros con múltiples horizontes, etc)
- La abertura (y por ende la cantidad de información que se pueda enviar por ésta) depende de la estructura causal del espacio-tiempo

References

[1] Banados, M., Teitelboim, C., & Zanelli, J. (1992). Black hole in three-dimensional spacetime. Physical Review Letters, 69(13), 1849.

[2] Morris, M. S., Thorne, K. S., & Yurtsever, U. (1988). Wormholes, time machines, and the weak energy condition. Physical Review Letters, 61(13), 1446.

[3] Gao, P., Jafferis, D. L., & Wall, A. C. (2017). Traversable wormholes via a double trace deformation. Journal of High Energy Physics, 2017(12), 151.

[4] Caceres, E., Misobuchi, A. S., & Xiao, M. L. (2018). Rotating traversable wormholes in AdS. Journal of High Energy Physics, 2018(12), 5.